



ISiD
ISiD

Zeszyty naukowe

Working papers

Wzrost sprzyjający ubogim: koncepcje i pomiar dla polski w latach 2005-2015

Tomasz Panek

Zeszyty naukowe
Instytut Statystyki i Demografii SGH

Nr 50, rok 2018

Streszczenie

Po przystąpieniu Polski do Unii Europejskiej w 2004 r. wzrost gospodarczy znacznie przyspieszył a średnie tempo wzrostu PKB w przeciągu 10 lat wyniosło przeszło 4 proc. Szybkiemu wzrostowi gospodarczemu towarzyszył wzrost dochodów realnych gospodarstw domowych. Powstaje pytanie czy z szybkiego wzrostu PKB oraz dochodów realnych ludności bardziej skorzystali ubodzy czy też nieubodzy. Innymi słowy czy wzrost gospodarczy był sprzyjający ubogim czy też nieubogim.

Problematyka wpływu wzrostu gospodarczego na redukcję ubóstwa stanowi od kilkunastu lat przedmiot dyskusji naukowej i badań empirycznych. W ostatnich latach pojawiło się szereg propozycji definicji wzrostu sprzyjającego ubogim. Pomimo braku konsensusu co do definicji pojęcia wzrostu sprzyjającego ubogim możemy wyróżnić tutaj dwa podstawowe podejścia konceptualne – absolutne i relatywne. Podejścia te różnią się między sobą ze względu na punkt odniesienia stosowany przy ocenie zmian zamożności (mierzonej wysokością dochodów czy też wydatków konsumpcyjnych) badanych grup jednostek, czyli od przyjęcia czy absolutny czy też relatywny wzrost zamożności jest wymagany do oceny tych zmian jako korzystnych dla danej grupy jednostek.

W literaturze przedmiotu funkcjonują różne kryteria rozróżniające sposoby analizy charakteru wzrostu. Pierwsze z nich związane jest z aksjomatem anonimowości. W podejściu bazującym na anonimowości nie musimy obserwować w analizowanym okresie zmian zamożności (dochodów) tych samych jednostek. Natomiast w drugim podejściu aksjomat anonimowości jest odrzucany - obserwacji muszą podlegać te same jednostki. W ramach drugiego kryterium sposobu analizy charakteru wzrostu rozróżniamy podejście częściowe i podejście pełne. Pierwsze z nich nie wymaga ustalenia granicy ubóstwa. Analizy charakteru wzrostu opierają się w tym podejściu na krzywych dominacji. Jego ograniczeniem jest niemożność oceny charakteru wzrostu gdy nie spełniony jest warunek dominacji, stąd też podejście to nazywane jest podejściem częściowym. Drugie z podejść (podejście pełne) bazuje na wskaźnikach wzrostu sprzyjającego ubogim i pozwala w każdej sytuacji ocenić charakter wzrostu.

W części teoretycznej opracowania dokonano uporządkowania definicji wzrostu sprzyjającego ubogim rozróżniając przede wszystkim wzrost sprzyjający ubogim w ujęciu absolutnym i w ujęciu relatywnym, a w ich ramach wzrost „mocny” i wzrost „słaby”. W

kolejnym kroku zostały przedstawione różne podejścia do analizy charakteru wzrostu oraz podstawowe miary wzrostu sprzyjającego ubogim. Obok prezentacji teoretycznych podstaw konstrukcji tych miar omówiono ich podstawowe zalety i ograniczenia.

W części empirycznej opracowania dokonano weryfikacji hipotezy czy wzrost gospodarczy w Polsce w latach 2005-2015 był sprzyjający ubogim, stosując wcześniej przedstawione metody oceny charakteru wzrostu. Podstawą przeprowadzonych analiz charakteru wzrostu w Polsce są dane panelowe z badania Diagnoza Społeczna (DS) realizowanego przez Radę Monitoringu Społecznego.

Spis treści

1. Wstęp.....	6
2. Koncepcje wzrostu gospodarczego sprzyjającego ubogim	7
3. Analiza zmian ubóstwa w ramach koncepcji wzrostu sprzyjającego ubogim	11
4. Podejścia do analizy charakteru wzrostu bazujące na aksjomacie anonimowości	18
4.1. Miary charakteru wzrostu w podejściu pełnym	19
4.1.1. Indeksy wzrostu sprzyjającego ubogim	24
4.1.2. Stopa wzrostu ekwiwalentna ubóstwu	28
4.2. Metody analizy charakteru wzrostu w podejściu częściowym	32
5. Podejście do analizy charakteru wzrostu odrzucające aksjomat anonimowości.....	43
6. Charakterystyka danych	47
6.1. Charakterystyka danych.....	47
6.2. Podstawowe pojęcia.....	48
6.3. Identyfikacja ubogich.....	50
7. Ocena charakteru wzrostu w Polsce w latach 2005-2015 bazująca na anonimowości i podejściu pełnym.....	52
7.1. Szacunek indeksów wzrostu sprzyjającego ubogim	52
7.2. Charakter wzrostu	55
7.2.1. Podejście relatywne słabe.....	56
7.2.2. Podejście relatywne mocne	65
8. Ocena charakteru wzrostu w Polsce w latach 2005-2015 bazująca na anonimowości i podejściu częściowym.....	68

9. Ocena charakteru wzrostu w Polsce w latach 2005-2015, bazująca na odrzuceniu aksjomatu anonimowości.....	87
10. Podsumowanie	95
Aneks.....	100
Bibliografia.....	101

1. Wstęp

Po przystąpieniu do Unii Europejskiej w 2004 r. wzrost gospodarczy znacznie przyspieszył a średnie tempo wzrostu PKB w przeciągu 10 lat wyniosło przeszło 4 proc. Szybkiemu wzrostowi gospodarczemu towarzyszył wzrost dochodów realnych gospodarstw domowych. Powstaje pytanie czy z szybkiego wzrostu PKB oraz dochodów realnych ludności bardziej skorzystali ubodzy czy też nieubodzy. Innymi słowy czy wzrost gospodarczy był sprzyjający ubogim czy też nieubogim.

Zwalczanie ubóstwa znajduje się dzisiaj we wszystkich programach związanych z rozwojem społecznym formułowanych zarówno na szczeblu globalnym, regionalnym, krajowym jak i lokalnym (Golinowska, 2012). Można tutaj wskazać globalny program rozwoju społecznego ONZ (nazwany Milenijne Cele Rozwoju (*Millenium Development Goals*), którego pierwszym z ośmiu celów było zwalczanie skrajnego ubóstwa i głodu na świecie, Strategię Lizbońską UE, która stanowiła punkt zwrotny działań UE w zakresie zwalczania ubóstwa i wykluczenia społecznego, tzw. Krajowe Plany Działań Przeciw Ubóstwu i Wykluczeniu Społecznemu (*National Actions Plans Against Poverty and Social Exclusion*) przyjmowane przez kraje członkowskie w celu realizacji Strategii Lizbońskiej oraz strategię Europa 2000, w której jeden z 5 głównych celów dotyczył promocji integracji społecznej, w szczególności poprzez redukcję ubóstwa (Copeland i Daly, 2012).

Wśród wielu podejść do zwalczania ubóstwa szczególnie eksponowane jest w ostatnich latach podejście zwane wzrostem gospodarczym przyjaznym ubogim (*pro-poor growth*). W podejściu tym przyjmuje się, że chociaż wysoki wzrost gospodarczy jest niezbędny dla rozwoju, nie jest on jednak wystarczającym warunkiem redukcji ubóstwa. Czy wysoki wzrost gospodarczy jest przyjazny ubogim decyduje udział różnych grup w tworzeniu i podziale dochodu narodowego (Golinowska, 2012). Udział w tworzeniu dochodu narodowego

zapewnia polityka pracy (*workfarestate*), a udział w jego podziale państwo opiekuńcze (*welfarestate*) poprzez redystrybucję dochodów.

Problematyka wpływu wzrostu gospodarczego na redukcję ubóstwa stanowi od kilkunastu lat przedmiot dyskusji naukowej i badań empirycznych (Kakwani i Pernia, 2000; Dollar i Kraay, 2002; Ravallion i Chen, 2003; Kakwani, Khandker i Son, 2003; Ravallion, 2004; Son, 2004; Grimm, 2005; Son i Kakwani, 2008; Duclos, 2009; Essama-Nssah i Lambert, 2009; Araar i in., 2009; Kośny, 2011b; Bibi i in., 2012).

Jeżeli wzrost gospodarczy byłby wystarczającym czynnikiem dla ograniczania ubóstwa to polityka makroekonomiczna powinna koncentrować się na działaniach wspierających ten wzrost przy jednoczesnym ograniczeniu finansowania przez państwo programów nakierowanych na wspieranie osób ubogich. Jeżeli natomiast wzrost gospodarczy nie prowadzi do redukcji ubóstwa to polityka państwa powinna finansować programy wspierające ubogich. Prowadzone na świecie badania nie dają jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, czy wzrost gospodarczy sprzyja ubogim, a ich wyniki w dużym stopniu zależą od sposobu definicji wzrostu gospodarczego sprzyjającego ubogim, zakresu badania oraz stosowanych metod analizy (Dollar i Kraay, 2002; Lopez 2004; Ashley, 2007; Son i Kakwani, 2008; Ruiz-Castillo, 2009; Kośny i Yalonetzky, 2015; Harmáček, Syrovátka i Dušková, 2017). Także przeprowadzone w ostatnich latach badania w Polsce nie dają w tym zakresie jednoznacznych ocen (Kośny, 2011a, 2011b; Brzeziński, 2011, 2012).

2. Koncepcje wzrostu gospodarczego sprzyjającego ubogim

W ogólnej definicji stosowanej przez instytucje międzynarodowe (UN, 2000; OECD, 2001) wzrost sprzyjający ubogim to wzrost korzystny dla ubogich i dający im możliwości poprawy swojej sytuacji ekonomicznej. Definicja ta jest bardzo ogólna i nieprecyzyjna, a tym samym

nie daje zbyt wielu wskazówek co do sposobu oceny czy wzrost jest sprzyjający ubogim, czy też dla formułowania polityk sprzyjających ubogim.

W ostatnich latach pojawiło się szereg propozycji definicji wzrostu sprzyjającego ubogim (Ravallion i Chen, 2003; Kakwani, Khandker i Son, 2004; Kraay, 2006; Klasen, 2008; Khandker i Son, 2008; Lambert, 2009), różniących się między sobą w wielu wymiarach.

Pomimo braku konsensusu co do definicji pojęcia wzrostu sprzyjającego ubogim możemy wyróżnić tutaj dwa podstawowe podejścia konceptualne – absolutne i relatywne. Podejścia te różnią się między sobą ze względu na punkt odniesienia stosowany przy ocenie zmian zamożności (mierzonej wysokością dochodów czy też wydatków konsumpcyjnych) badanych grup jednostek, czyli od przyjęcia czy absolutny czy też relatywny wzrost zamożności jest wymagany do oceny tych zmian jako korzystnych dla danej grupy jednostek. Rozróżnienie pomiędzy podejściem absolutnym i relatywnym jest ściśle powiązane ze sposobem pomiaru ubóstwa i nierówności. W pierwszym z nich proces wzrostu jest uważany za sprzyjający ubogim jeżeli zamożność ubogich w czasie tego wzrostu rośnie (Kakwani, Khandker i Son, 2004). W ramach tego podejścia S. Klasen (2008) wyróżnia „mocny”, absolutny wzrost sprzyjający ubogim oraz „słaby” absolutny wzrost sprzyjający ubogim. Pierwszy z nich ma miejsce gdy towarzyszy mu szybszy absolutny wzrost zamożności ubogich niż przeciętny wzrost zamożności (szybszy niż nieubogich). W efekcie spadają nierówności dochodowe w ujęciu absolutnym. Oznacza to, że wzrost tego typu powinien być traktowany jako wzrost relatywny „mocny” a nie absolutny „mocny” gdyż ocena jego charakteru zależy także od dystrybucji przyrostu średnich dochodów. „Słaby” absolutny wzrost sprzyjający ubogim według S. Klasenawystępuje gdy dochody ubogich w wyniku wzrostu rosną (stopa wzrostu dochodów ubogich jest większa od 0). Tym samym występuje on także jeżeli ubodzy korzystają z niego w niewielkim stopniu, nawet proporcjonalnie w dużo mniejszym stopniu niż nieubodzy. W efekcie większość procesów wzrostu możemy klasyfikować jako sprzyjające ubogim w sensie absolutnym. J. –Y. Duclos (2009) uważa, że podejście absolutne

powinno być stosowane w krajach słabo rozwiniętych, w których znaczna część społeczeństwa uzyskuje dochody poniżej minimum egzystencji, a tym samym polityka redystrybucji dochodów w tych krajach powinna skupiać się na redukcji ubóstwa w ujęciu absolutnym.

W podejściu relatywnym wzrost jest uważany za sprzyjający ubogim tylko wtedy gdy zamożność ubogich rośnie szybciej niż zamożność nieubogich w ujęciu relatywnym (Kakwani, Khandker i Son, 2004), czyli gdy zmiany w rozkładzie dochodów, spowodowane przez wzrost gospodarczy prowadzą do spadku nierówności dochodowych. W ramach podejścia relatywnego, podobnie jak w podejściu absolutnym, możemy wyróżnić podejście relatywne „słabe” i podejście relatywne mocne (Khandker i Son, 2008)¹. Pierwsze z nich analizuje zmiany nierówności traktowane w sposób relatywny, a drugie w sposób absolutny. Podejście relatywne według wielu badaczy (np. Layard i in., 2010) powinno być stosowane, obok podejścia absolutnego, w przypadku krajów rozwiniętych, w których podstawowym celem polityki redystrybucji dochodów powinno być w dalszym ciągu zapewnienie fizycznej egzystencji najbardziej ubogich grup społeczeństwa ale jednocześnie ważne jest zapobieganie zbyt dużym nierównościom dochodowym. Zmiany ubóstwa zależą w podejściu relatywnym zarówno od stopy wzrostu średnich dochodów jak i od stopnia dystrybucji przyrostu tych średnich dochodów. Oznacza to, że w podejściu relatywnym aby wzrost miał charakter sprzyjający ubogim powinna w jego wyniku nie tylko następować redukcja ubóstwa, ale także spadek nierówności dochodowych między ubogimi i nieubogimi, prowadząc do zwiększenia udziału sumy dochodów ubogich w dochodach ogółem jednostek (zakładając, że odsetek ubogich w porównywanych okresach nie ulegnie zmianie).

¹ Por. rozdz. 4.1.1.

Definicja wzrostu sprzyjającego ubogim ma charakter „najmocniejszy” w podejściu relatywnym mocnym, a najsłabszy w podejściu absolutnym słabym. Gdy wzrost jest sprzyjający ubogim w sensie relatywnym mocnym to jest także sprzyjający ubogim w sensie relatywnym słabym oraz w sensie absolutnym (zarówno mocnym jak i słabym). Alternatywną definicję wzrostu sprzyjającego ubogim, w stosunku do ujęcia absolutnego albo relatywnego, sformułowali M. Ravallion i S. Chen (2003) określając jako wzrost sprzyjający ubogim wzrost prowadzący do redukcji ubóstwa².

Drugie podstawowe kryterium, występujące w literaturze przedmiotu, rozróżniające sposoby pomiaru wzrostu sprzyjającego ubogim związane jest z aksjomatem anonimowości (*anonymityaxiom*), tj. z założeniem, że dwa rozkłady są równoważne jeżeli jeden z rozkładów jest otrzymany poprzez permutację drugiego z rozkładów. Oznacza to, że w podejściu bazującym na anonimowości nie musimy obserwować w analizowanym okresie zmian zamożności (dochodów) tych samych jednostek (gospodarstw domowych, osób). Od strony praktycznej badanie charakteru wzrostu może opierać się na danych przekrojowych pochodzących z okresu podstawowego $t=0$, stanowiącego punkt startowy wzrostu oraz z okresu badanego $t=1$, który jest okresem końcowym wzrostu, w których to okresach nie są najczęściej poddawane obserwacji te same jednostki. Podejście to nie pozwala jednak, ze względu na obserwację w porównywanych okresach różnych jednostek, na ocenę charakteru ubóstwa (ubóstwo trwałe albo ubóstwo przejściowe) i mobilności jednostek ze względu na ich przynależność do sfery ubóstwa. Rozróżnienie czy ubóstwo ma charakter trwały (badane jednostki zarówno w okresie początkowym badania jak i w jego okresie końcowym znajdują się w sferze ubóstwa) czy też tylko przejściowy (zamożność jednostek ubogich w okresie wyjściowym na tyle wzrosła, że w okresie końcowym badania „wyszły” ze sfery ubóstwa) ma

² Por. rozdz. 4.2.

szczególne znaczenie przy planowaniu działań polityki społecznej, mających na celu redukcję ubóstwa. Działania te powinny mieć różny charakter w zależności od charakteru ubóstwa i jednocześnie koncentrować się przede wszystkim na przeciwdziałaniu trwałemu ubóstwu (Panek, 2014).

W drugim z podejść do pomiaru ubóstwa w ramach analiz, czy wzrost jest sprzyjający ubogim aksjomat anonimowości jest odrzucany – zarówno w okresie początkowym jak i w okresie końcowym badania obserwacji muszą podlegać te same jednostki, co pozwala w efekcie badać wpływ wzrostu na redukcję ubóstwa o różnym charakterze i mobilność jednostek ze względu na przynależność do sfery ubóstwa. Tego typu analizy wymagają operowania danymi o charakterze panelowym, które są o wiele rzadziej dostępne w praktyce niż dane przekrojowe.

3. Analiza zmian ubóstwa w ramach koncepcji wzrostu sprzyjającego ubogim

W ramach analiz charakteru wzrostu centralne miejsce odgrywa ocena jego wpływu na redukcję ubóstwa. Najszersze zastosowanie w ocenach zjawiska ubóstwa mają agregatywne indeksy ubóstwa. Są to formuły statystyczne agregujące indywidualne mierniki ubóstwa (dotyczące pojedynczych gospodarstw domowych czy też osób) umożliwiające oceny tego zjawiska w skali kraju, w przekrojach terytorialnych czy też dla grup typologicznych gospodarstw domowych (osób). Ze względu na fakt, że nie istnieje jedna uniwersalna formuła w tym zakresie, w badaniach stosuje się różne formuły indeksów agregatywnych dostarczających informacji o różnych aspektach ubóstwa (Panek, 2011).

Indeksy ubóstwa powinny posiadać szereg właściwości sformułowanych w postaci aksjomatów. Za twórcę aksjomatycznej teorii indeksów uznaje się A. Sena, którego praca (1976) dała początek sformalizowanej analizie indeksów ubóstwa. Teorię tę rozwijali w

swoich pracach m.in.: N. Kakwani (1984), J. Foster (1984), J. Foster, J. Greer i E. Thorbecke (1984), J. Foster i A.F. Shorrocks (1991), S. R. Chakravarty (2006), S. R. Chakravatry i C. D'Ambrosio (2013) oraz S. Subramanian (2004, 2012). W analizach wzrostu sprzyjającego ubogim następują odwołania do następujących aksjomatów:

- Aksjomat o monotoniczności (*Monotonicityaxiom*): zmniejszenie dochodu gospodarstwa domowego ubogiego zwiększa wartość indeksu,
- Aksjomat o transferze (*Transfer axiom – Pigou – Dalton principle*): transfer dochodu z gospodarstwa domowego ubogiego do gospodarstwa domowego uboższego musi spowodować spadek wartości indeksu i na odwrót, wartość indeksu wzrośnie, gdy nastąpi transfer dochodu z gospodarstwa domowego bardziej ubogiego do gospodarstwa domowego mniej ubogiego,
- Aksjomat o stałości skali (*Scaleinvarianceaxiom*): wartość indeksu nie ulegnie zmianie w przypadku, gdy takim samym proporcjonalnym zmianom ulegną dochody gospodarstw domowych oraz granica ubóstwa,
- Aksjomat o wrażliwości transferu (*Transfer sensitivityaxiom*): wpływ transferu dochodów z gospodarstwa domowego ubogiego do gospodarstwa domowego uboższego na wzrost wartości indeksu, przy stałej wielkości transferu, jest tym większy, im wyższy jest dochód gospodarstwa, z którego dokonano transferu,
- Aksjomat o dekomponowalności (*Decomposabilityaxiom*): wartość indeksu ubóstwa dla badanej populacji powinna być dekomponowalna ze względu na podpopulacje (ogólny indeks ubóstwa dla całej populacji powinien być możliwy do obliczenia jako średnia ważona z indeksów dla podpopulacji),
- Aksjomat o symetryczności (*Symmetryaxiom*): zamiana dochodów pomiędzy dowolną parą gospodarstw domowych nie powinna powodować zmian wartości indeksu.

- Indeksy ubóstwa koncentrują się na czterech jego podstawowych aspektach, a mianowicie: zasięgu, głębokości, intensywności oraz dotkliwości ubóstwa (Panek, 2014).

Zasięg ubóstwa. Najpopularniejszym indeksem oceniającym zasięg ubóstwa (*povertyincidence*) jest stopa ubóstwa (*headcount ratio*), czyli odsetek jednostek znajdujących się poniżej granicy ubóstwa:

$$H = \frac{n_u}{n}, \quad (1)$$

gdzie:

n – liczba badanych jednostek,

n_u – liczba ubogich jednostek w badanej zbiorowości.

Indeks ten przyjmuje wartość 0 przy braku gospodarstw domowych ubogich i wartość 1, gdy wszystkie badane jednostki posiadają dochody ekwiwalentne niższe niż granica ubóstwa.

Odsetek ubogich nie mówi nic o głębokości (natężeniu) ubóstwa w populacji ubogich. Przyjmuje on taką samą wartość niezależnie od tego, czy ubodzy mają dochody ekwiwalentne zbliżone do granicy ubóstwa, czy też bliskie zeru.

Głębokość ubóstwa. Podstawową miarą oceniającą głębokość ubóstwa (*povertydepth*) jest indeks luki dochodowej ubogich (*poverty gap index*), definiowany jako:

$$I^u = \frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} \left(\frac{z - y_i}{z} \right), \quad (2)$$

gdzie:

z – granica (linia ubóstwa),

y_i – dochody i -tej jednostki.

Indeks luki dochodowej ubogich jest tym samym równy nieważonej średniej z indywidualnych (dla każdego ubogiego) indeksów głębokości ubóstwa. Mierzy on przeciętny dystans między dochodami ubogich oraz granicą ubóstwa, a tym samym mówi nam jak bardzo ubogie są jednostki należące do populacji ubogich. Indeks przyjmuje wartość 0, jeżeli w badanej populacji nie ma ubogich oraz wartość 1, gdy dochody wszystkich ubogich wynoszą zero.

Intensywność ubóstwa. Najczęściej stosowanym w praktyce, indeksem oceniającym intensywność ubóstwa jest indeks luki dochodowej (*income gap index*):

$$I^o = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{z - y_i}{z} \right). \quad (3)$$

Może być on także przedstawiony jako iloczyn stopy ubóstwa oraz luki dochodowej ubogich, wtedy opisuje dwie charakterystyki ubóstwa łącznie, oceniając zarówno zasięg ubóstwa, jak i głębokość ubóstwa:

$$I^o = H \cdot I'' . \quad (4)$$

Miernik ten różni się od indeksu luki dochodowej ubogich tym, że dotyczy całej badanej populacji, a nie tylko ubogich. Suma luk dochodowych badanych jednostek (luki jednostek nieubogich są oczywiście równe 0) dzielona jest tutaj przez liczbę wszystkich badanych jednostek. Indeks luki ubóstwa jest miarą kosztów eliminacji ubóstwa (w relacji do granicy ubóstwa), gdyż wskazuje, jaką wielkość dochodów (mierzonych jako odsetek granicy ubóstwa) należy przetransferować przeciętnie do ubogich, aby dochody wszystkich badanych jednostek były nie mniejsze niż granica ubóstwa.

Dotkliwość ubóstwa. Ostatnią grupę indeksów stanowią indeksy dotkliwości ubóstwa (*poverty severity*), oceniające nie tylko zasięg ubóstwa, dystans dochodowy ubogich od granicy ubóstwa (głębokość ubóstwa), lecz także nierówności dochodowe między ubogimi. Najszerzej stosowanym w praktyce jest indeks dotkliwości ubóstwa (*poverty severity index*) będący kwadratem luki dochodowej:

$$DU = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_u} \left(\frac{z - y_i}{z} \right)^2. \quad (5)$$

Możemy go także przedstawić w postaci wskazującej na wpływ poszczególnych aspektów ubóstwa na badane zjawisko:

$$DU = H \left(\frac{z - \mu^u}{z} \right)^2 + \frac{S^2(y_i^u)}{(z)^2}. \quad (6)$$

gdzie:

μ^u – średni dochód jednostek ubogich,

$S^2(y_i^u)$ – wariancja dochodu w populacji jednostek ubogich.

W przeciwieństwie do indeksu luki dochodowej nadaje on tym większe wagi ubogim, im ich dochód jest bardziej odległy od dochodu wyznaczającego granicę ubóstwa. Tym samym dotkliwość ubóstwa ubogich i równocześnie wartość indeksu rośnie wraz ze wzrostem dystansu ich dochodu od granicy ubóstwa. Wagi nadawane badanym jednostkom są wprost proporcjonalne do wielkości ich luk dochodowych.

Indeks przyjmuje wartość 0, gdy w badanej populacji nie ma ubogich. Wartość indeksu rośnie wraz ze wzrostem liczby ubogich, ich luk dochodowych oraz nierówności dochodowych

pomiędzy ubogimi. Wartość maksymalną równą 1 indeks przyjmuje, gdy w badanej populacji wszystkie gospodarstwa domowe mają dochody równe 0.

Kolejnym indeksem dotkliwości ubóstwa, wykorzystywanym w analizach charakteru wzrostu, jest indeks W. Wattsa (1968).

Jego postać możemy zdefiniować następująco:

$$W = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_u} \ln \left(\frac{z}{y_i} \right). \quad (7)$$

Indeks ten może być także zdefiniowany w sposób wskazujący na uwzględnianie w jego konstrukcji poszczególnych aspektów ubóstwa:

$$W = H \left[\ln z - \ln \mu^u + T^u(0) \right], \quad (8)$$

gdzie:

$T^u(0)$ – współczynnik nierówności Theila w populacji ubogich (Panek, 2011),

μ^u – średnie dochody ubogich.

Indeks Wattsa może teoretycznie przyjąć dowolną wartość nieujemną. Wartość 0 przyjmuje, gdy w badanej populacji nie ma ubogich. Wartość indeksu rośnie ze wzrostem dotkliwości ubóstwa.

W analizach wzrostu pod względem jego sprzyjania ubogim stosowana jest często klasa dekomponowalnych indeksów ubóstwa (spełniających aksjomat o dekomponowalności)³. Przyjmując, że dochód jest dodatnią zmienną losową Y o funkcji gęstości $f(y)$ ogólną klasę dekomponowanych addytywnie miar ubóstwa możemy zdefiniować następująco:

$$\theta = \int_0^z P(z, y) f(y) dy, \quad (9)$$

gdzie:

$f(y)$ – funkcja gęstości rozkładu dochodów,

$P(z, y)$ – jednorodna funkcja stopnia pierwszego ze względu na z i y spełniająca następujące

warunki:
$$P(z, y) = 0, \quad \frac{\partial P(z, y)}{\partial y} < 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial^2 P(z, y)}{\partial y^2} > 0$$

J. Foster, J. Greer i E. Thorbecke (1984) zaproponowali klasę dekomponowalnych indeksów ubóstwa (FGT), którą możemy zdefiniować następująco:

$$P(z, y, \alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_u} \left(\frac{y^* - y_i^e}{y^*} \right)^\alpha, \quad (10)$$

gdzie:

α – parametr indeksu.

³ Warunku tego nie spełnia indeks luki dochodowej ubogich.

Gdy parametr α we wzorze (10) przyjmuje wartość 0, otrzymamy stopę ubóstwa:

$$P(z, y, 0) = H \quad (11)$$

Jeżeli parametr α jest równy 1, uzyskujemy indeks luki dochodowej:

$$P(z, y, 1) = I^o \quad (12)$$

Natomiast gdy parametr α jest równy 2, otrzymujemy indeks dotkliwości ubóstwa będący kwadratem luki dochodowej:

$$P(z, y, 2) = DU \quad (13)$$

Dekomponowalnym indeksem ubóstwa stosowanym często w analizach charakteru wzrostu jest także, jak już wspomniano, indeks Watta (7).

4. Podejścia do analizy charakteru wzrostu bazujące na aksjomacie anonimowości

N. Kakwani, S. Khandker i H. Son (2004) rozróżniają dwa podstawowe podejścia do analizy charakteru wzrostu, czyli oceny czy jest on sprzyjający ubogim, w sytuacji gdy w analizowanym okresie obserwujemy zmiany dochodów różnych jednostek. W pierwszym z nich, nazywanym podejściem częściowym (*partial approach*) analiza nie wymaga ustalenia granicy ubóstwa (poziomu dochodów, którego nie osiągnięcie kwalifikuje badaną jednostkę jako ubogą). Analizy charakteru wzrostu opierają się w tym podejściu na krzywych dominacji stochastycznej (Panek, 2011). Wadą tego podejścia jest niemożność oceny czy wzrost jest sprzyjający ubogim gdy nie zachodzi dominacja stochastyczna, stąd podejście to nazywane jest „częściowym”. Drugie z podejść, nazywane podejściem pełnym (*full approach*) bazuje na

wskaźnikach wzrostu sprzyjającego ubogim i pozwala w każdej sytuacji ocenić charakter wzrostu.

4.1. Miary charakteru wzrostu w podejściu pełnym

Wskaźnik charakteru wzrostu w ramach podejścia pełnego bazują na analizie elastyczności ubóstwa. N. Kakwani i E. Pernia (2000) zaproponowali, aby w konstrukcji tych wskaźników, porównywać faktyczne zmiany wielkości indeksu ubóstwa powstałe na skutek zmian poziomu nierówności dochodowych (rozkładu dochodów) ze zmianą wielkości indeksu ubóstwa, która by wystąpiła jeżeli byłaby ona neutralna ze względu na rozkład dochodów. Istnieją przy tym dwa podstawowe sposoby definicji neutralności zmian wielkości indeksów ubóstwa ze względu na rozkład dochodów, a mianowicie neutralności w sensie absolutnym i neutralności w sensie relatywnym. W pierwszej z nich zmiany są neutralne ze względu na rozkład dochodów jeżeli dochody każdej jednostki zmieniły się o taką samą wielkość absolutną, a w drugim o taką samą wielkość proporcjonalną, najczęściej rozumianą jako proporcjonalną zmianę przeciętnych dochodów.

Punktem wyjścia do konstrukcji wskaźników wzrostu sprzyjającego ubogim w omawianym podejściu była propozycja N. Kakwaniego i K. Subbarao (1990) pomiaru czystego wpływu na zmiany wartości indeksów ubóstwa wzrostu dochodów badanych jednostek oraz zmian w nierówności rozkładu dochodów w badanej populacji. Elastyczność ubóstwa jest mierzona w oparciu o krzywą Lorenza i umożliwia szacunek zmian wartości indeksów ubóstwa spowodowanych zmianami poziomu dochodów oraz zmianami w nierówności rozkładu dochodów.

Przyjmując, że w analizach ubóstwa stosujemy agregatywne indeksy ubóstwa, które są w pełni charakteryzowane za pomocą granicy ubóstwa (z), przeciętnych dochodów jednostek (μ) oraz funkcji Lorenza ($L(p)$), odpowiedni indeks ubóstwa możemy zdefiniować następująco:

$$P = (z, \mu, L(p)), \quad (14)$$

gdzie (Gastwirth, 1971):

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_{\mu_0}^p F^{-1}(t) dt, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (15)$$

przy czym:

$F^{-1}(t) = \min\{y: F(y) \geq t\}$ – odwrotność dystrybuanty rozkładu dochodów $F(y)$.

Zmiany wartości agregatowych indeksów ubóstwa pomiędzy okresem początkowym $t=1$ oraz okresem końcowym $t=2$, za pomocą których oceniamy zmiany w sferze ubóstwa, przedstawiamy w postaci dwóch komponentów:

- komponentu wzrostu (G_{12}) - zmian w przeciętnym dochodzie badanej populacji jednostek,
- komponentu nierówności (I_{12}) - zmian w nierówności rozkładu dochodów w badanej populacji jednostek.

Zmianę wartości indeksu ubóstwa pomiędzy okresem $t=1$ i $t=2$ (P_{12}) możemy przedstawić jako:

$$P_{12} = P_2 - P_1 = \ln[P(z, \mu_2, L_2(p))] - \ln[P(z, \mu_1, L_1(p))]. \quad (16)$$

N.C. Kakwani (2000) zdefiniował składniki wpływu przeciętnych zmian dochodów oraz nierówności na zmiany agregatowych indeksów ubóstwa następująco:

$$G_{12} = \frac{1}{2} \{ \ln[P(z, \mu_2, L_1(p))] - \ln[P(z, \mu_1, L_1(p))] + \ln[P(z, \mu_2, L_2(p))] - \ln[P(z, \mu_1, L_2(p))] \} \quad (17)$$

oraz

$$I_{12} = \frac{1}{2} \{ \text{Ln}[P(z, \mu_1, L_2(p))] - \text{Ln}[P(z, \mu_1, L_1(p))] + \text{Ln}[P(z, \mu_2, L_2(p))] - \text{Ln}[P(z, \mu_2, L_1(p))] \} \quad (18)$$

Ze wzorów (17) i (18) wynika, że zmiany w wartościach indeksów ubóstwa są wyłącznie sumą zmian przeciętnych dochodów jednostek oraz zmian nierówności rozkładu ich dochodów:

$$P_{12} = G_{12} + I_{12}, \quad (19)$$

Całkowitą elastyczność wzrostową ubóstwa definiujemy jako stosunek zmiany wartości indeksu ubóstwa do stopy wzrostu przeciętnych dochodów. Możemy ją oszacować jako różniczkę zupełną wyrażenia (9):

$$\eta = \frac{d\text{Ln}\theta}{g_{12}} = \frac{1}{\theta g_{12}} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} y(p) g_{12}(p) dp, \quad (20)$$

gdzie:

$g_{12} = d\text{Ln}(\mu) = \text{Ln}(\mu_2) - \text{Ln}(\mu_1)$ – stopa wzrostu przeciętnych dochodów,

$g_{12}(p)$ – wskaźnik kwantylowych stóp wzrostu dochodów (wskaźnik wzrostu dochodów jednostek o dochodach odpowiadających hp -temuk wantylowi rozkładu dochodów), przy czym:

$$g_{12}(p) = d\text{Ln}(y(p)) = \frac{y_2(p) - y_1(p)}{y_1(p)}, \quad (21)$$

gdzie:

$y_1(p)$, $y_2(p)$ – p -te kwantyle rozkładu dochodów odpowiednio w okresie początkowym i w okresie końcowym.

Zakładając, że wskaźnik wzrostu przeciętnych dochodów (g_{12}) – wyrażony w procentach – pomiędzy okresem początkowym i okresem końcowym jest dodatni, całkowitą elastyczność wzrostową ubóstwa (η) (procentową zmianę wartości indeksu ubóstwa na skutek wzrostu przeciętnych dochodów jednostek o 1%) możemy również wyrazić jako:

$$\eta = \frac{P_{12}}{g_{12}}, \quad (22)$$

Ponieważ na spadek wartości indeksu ubóstwa oddziałuje zarówno wzrost przeciętnych dochodów jak i spadek nierówności ich rozkładu całkowitą elastyczność wzrostową ubóstwa możemy przedstawić jako sumę neutralnej elastyczności wzrostowej ubóstwa rozumianej w sensie relatywnym (η_g) i elastyczności nierównościowej ubóstwa (η_i) (Kakwani i Son, 2008):

$$\eta = \eta_g + \eta_i, \quad (23)$$

gdzie:

$$\eta_g = \frac{1}{\theta} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} y(p) dp \quad (24)$$

oraz

$$\eta_i = \frac{1}{\theta g_{12}} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} y(p) dLnL'(p) dp, \quad (25)$$

przy czym:

$L'(p)$ – pierwsza pochodna funkcji Lorenza, mierząca wpływ nierówności na redukcję ubóstwa.

Od strony operacyjnej składowe równania (23) możemy wyrazić jako:

$$\eta_g = \frac{G_{12}}{g_{12}} \quad (26)$$

oraz

$$\eta_i = \frac{I_{12}}{g_{12}} \quad (27)$$

Elastyczność wzrostowa ubóstwa w sensie relatywnym jest elastycznością ubóstwa ze względu na wzrost przeciętnych dochodów gdy wzrost dochodów jednostek jest proporcjonalnie taki sam.

Neutralna elastyczność wzrostowa ubóstwaw sensie relatywnym mówi nam o ile procent zmieni się wartość indeksu ubóstwa przy wzroście przeciętnych dochodów o 1% zakładając, że relatywne nierówności dochodowe nie ulegną zmianie. Natomiast elastyczność nierównościowa ubóstwa wskazuje o ile procent zmieni się wartość indeksu ubóstwa przy wzroście nierówności dochodowych o 1% przy założeniu, że przeciętne dochody nie zmieniają się.

Definicja elastyczności nierównościowej ubóstwa (25) jest bezpośrednio związana ze zmianami ubóstwa. Jest ona otrzymywana na podstawie tej części krzywej Lorenza, której zmiany bezpośrednio oddziałują na ubóstwo. Należy przy tym zauważyć, że zastosowanie dla pomiaru nierówności w konstrukcji wskaźników wzrostu sprzyjającego ubogim współczynnika Giniego nie jest właściwe gdyż nie występuje zależność o charakterze monotonicznym pomiędzy zmianami wartości wskaźnika Giniego i zmianami wartości

indeksów ubóstwa. W sytuacji gdy nie występują zmiany przeciętnych dochodów w badanej populacji zarówno wzrost jak i spadek wartości współczynnika Giniego może zarówno nie powodować żadnych zmian wartości indeksów ubóstwa jak i redukować ubóstwo, a także zwiększać ubóstwo. Innymi słowy zmiany wartości współczynnika Giniego nie pozwalają na ocenę czy wzrost jest korzystny dla ubogich.

Elastyczność wzrostowa ubóstwa (η_g) jest generalnie zawsze ujemna, co oznacza że wzrost przeciętnych dochodów w zasadzie zawsze powoduje redukcję ubóstwa gdy nierówność rozkładu dochodów pozostaje bez zmian⁴. Natomiast zmiany nierówności dochodowych, dokonujące się pod wpływem wzrostu dochodów, mogą oddziaływać na zmiany ubóstwa zarówno negatywnie jak i pozytywnie. Jeżeli η_i ma znak ujemny oznacza to, że wzrost prowadzi do zmniejszenia nierówności rozkładu dochodów, co jest korzystne dla ubogich, powodując spadek ubóstwa, czyli wzrost jest sprzyjający ubogim. Natomiast gdy znak η_i jest dodatni świadczy to o tym, że zmiany w rozkładzie dochodów są korzystne dla nieubogich (nieubodzy korzystają ze wzrostu proporcjonalnie bardziej niż ubodzy) czyli, że jest wzrostem sprzyjającym nieubogim. Ostatecznie gdy wzrost dochodów jest w sensie relatywnym sprzyjający ubogim (nie sprzyja ubogim) całkowita elastyczność wzrostowa ubóstwa jest większa (mniejsza) niż elastyczność wzrostowa ubóstwa.

4.1.1. Indeksy wzrostu sprzyjającego ubogim

Na podstawie dekompozycji indeksu ubóstwa (16) N. Kakwani i M. Pernia (2000) zdefiniowali indeks wzrostu sprzyjający ubogim w ujęciu relatywnym (*pro-poor growth index*

⁴ Elastyczność dochodowa ubóstwa byłaby dodatnia tylko w sytuacjach gdyby wzrost przeciętnych dochodów, przy braku zmian nierówności dochodowych, prowadził do zwiększenia ubóstwa.

– PPGI) jako stosunek całkowitej elastyczności wzrostowej ubóstwa do neutralnej relatywnej elastyczności wzrostowej ubóstwa⁵:

$$PPGI = \frac{\eta}{\eta_g} = \ln[p(z, \mu_1, L_1(p))]. \quad (28)$$

Gdy elastyczność nierównościowa ubóstwa jest negatywna (jeżeli $\eta_i < 0$) i PPGI jest większy niż 1 (co oznacza, że w wyniku wzrostu przeciętnych dochodów spada zarówno ubóstwo jak i nierówności) ubodzy odnoszą proporcjonalnie większe korzyści ze wzrostu niż nieubodzy. Jednocześnie całkowita elastyczność wzrostowa ubóstwa jest większa niż elastyczność wzrostowa ubóstwa w ujęciu relatywnym. W tej sytuacji wzrost jest nazywany ściśle sprzyjający ubogim (*strictly pro-poor*). Gdy PPGI jest mniejszy niż 0 (tj. jeżeli $\eta_i > 0$ i $|\eta_i| > |\eta_g|$) wzrost nie jest korzystny dla ubogich (*anti-poor growth*) gdyż prowadzi zarówno do wzrostu ubóstwa jak i nierówności. Tego typu wzrost nazywany jest wzrostem prowadzącym do ubożenia (*immiserizing growth*, Bhagwat, 1988). Natomiast gdy $0 < PPGI < 1$ (tj. jeżeli $\eta_i > 0$ i $|\eta_i| < |\eta_g|$) odpowiada to sytuacji gdy ubóstwo spada na skutek wzrostu przeciętnych dochodów lecz spadek ten jest osłabiany poprzez wzrost nierówności dochodowych. Tego typu wzrost nie jest wzrostem ściśle sprzyjającym ubogim lecz tzw. wzrostem skapywania (*trickle-down growth*) sprzyjającym nieubogim. Nieubodzy korzystają

⁵W trakcie recesji stopa wzrostu przeciętnych dochodów jest ujemna ($g_{12} < 0$) co powoduje wzrost zasięgu ubóstwa. W tej sytuacji zarówno P_{12} jak i G_{12} są ujemne. Jeżeli nierówności dochodowe nie ulegają zmianom recesja jest nazywana sprzyjającą ubogim jeżeli $P_{12} < G_{12}$, a sprzyjająca bogatym gdy $P_{12} > G_{12}$. W tej sytuacji indeks wzrostu sprzyjającego

ubogim w ujęciu relatywnym powinien być definiowany jako (Kakwani i Pernia, 2000) $PPGI = \frac{\eta_g}{\eta}$. Przy tej definicji recesja będzie nazywana jako sprzyjająca ubogim gdy $PPGI > 1$, a jako sprzyjająca nieubogim gdy $PPGI < 1$.

z niego proporcjonalnie bardziej niż ubodzy (nierówności dochodowe zwiększają się) chociaż ubodzy także z niego korzystają (rosną ich przeciętne dochody) gdyż dochody nieubogich są niejako redystrybuowane do ubogich poprzez inwestycje, zwiększanie zatrudnienia i wzrost płac co w efekcie prowadzi do redukcji ubóstwa. Wreszcie *PPGI* jest równe 1 gdy wszystkie jednostki odnoszą proporcjonalnie te same korzyści ze wzrostu. Tego typu wzrost nazywany jest wzrostem neutralnym ze względu na brak zmian relatywnych nierówności dochodowych.

N. Kakwani i H. Son (2008) rozwijając swoje wcześniejsze propozycje metodyczne zaproponowali, w analogii do indeksu wzrostu sprzyjającego ubogim w ujęciu relatywnym (*PPGI*) indeks, który nazwali indeksem wzrostu sprzyjającego ubogim w ujęciu absolutnym (*PPGI**). Jednakże oba zaproponowane przez nich indeksy mają charakter relatywny gdyż porównują korzyści (dystrybucję przyrostu dochodów) uzyskane ze wzrostu przez ubogich i nieubogich. Pierwszy z nich koncentruje się na nierównościach rozpatrywanych w ujęciu relatywnym, a drugi na nierównościach traktowanych w sposób absolutny (Grosse, Harttgen i Klasen; 2008). Oba podejścia relatywne muszą być odróżniane od faktycznego podejścia absolutnego, w którym nie porównujemy dystrybucji korzyści ze wzrostu pomiędzy ubogich i nieubogich, tzn. podejścia, w którym wzrost jest uważany za korzystny dla ubogich, jeżeli powoduje on wzrost ich dochodów. Dla uniknięcia nieporozumień definicyjnych wzrost nazywany przez N. Kakwaniego i H. Son wzrostem sprzyjającym ubogim w ujęciu relatywnym będziemy określali słabym relatywnym wzrostem sprzyjającym ubogim a wzrost nazywany przez nich wzrostem sprzyjającym ubogim w ujęciu absolutnym mocnym relatywnym wzrostem sprzyjającym ubogim. Rozróżnienie to jest związane z mocniejszą definicją tego drugiego typu wzrostu (gdy wzrost sprzyja ubogim w

⁶ Gdy stopa wzrostu jest ujemna wzrost (a w zasadzie spadek poziomu dochodów) jest określany jako sprzyjający ubogim w sensie relatywnym jeżeli *PPGI* jest mniejsze niż 1. Spadek poziomu dochodów ubogich jest mniejszy niż nieubogich.

ujęciu mocnym relatywnym to sprzyja także ubogim w ujęciu słabym relatywnym). W celu oceny czy wzrost jest sprzyjający ubogim w sensie relatywnym mocnym N. Kakwani i H. Sonzdefiniowali neutralną elastyczność wzrostową ubóstwa w sensie absolutnym (η_g^*) jako elastyczność ubóstwa ze względu na wzrost przeciętnych dochodów w sytuacji gdy absolutny wzrost dochodów jednostek jest taki sam:

$$\eta_g^* = \frac{\mu}{\theta} \int_o^H \frac{\partial P}{\partial y} dp. \quad (29)$$

Elastyczność dochodowa w sensie absolutnym jest stosunkiem procentowej zmiany wartości wskaźnika ubóstwa do procentowej zmiany przeciętnych dochodów, zakładając że wzrost dochodów nie powoduje zmian nierówności w sensie absolutnym (wszystkie jednostki uzyskują takie same absolutne przyrosty swoich dochodów). Elastyczność wzrostowa ubóstwa w ujęciu absolutnym η_g^* jest zawsze wyższa niż w ujęciu relatywnym η_g (Kakwani i Son, 2008) co powoduje, że redukcja ubóstwa zawsze będzie większa kiedy jednostki uzyskują równe absolutne korzyści dochodowe niż równe proporcjonalnie korzyści dochodowe na skutek wzrostu.

Ostatecznie indeks wzrostu sprzyjającego ubogim w ujęciu relatywnym mocnym przyjmuje postać:

$$PPGI^* = \frac{\eta}{\eta_g^*}. \quad (30)$$

Proces wzrostu będzie sprzyjał ubogim w sensie relatywnym mocnym jeżeli $PPGI^*$ jest większy od 1. Gdy stopa wzrostu przeciętnych dochodów jest ujemna (przeciętne dochody spadły w analizowanym okresie) wzrost jest określany jako sprzyjający ubogim w sensie relatywnym mocnym gdy $PPGI^*$ jest mniejszy od 1. Odpowiada to sytuacji gdy przy spadku

przeciętnych dochodów spadek dochodów ubogich będzie mniejszy w sensie absolutnym niż nieubogich. N. Kakwani i H Son (2008) – nawiązując do definicji wzrostu sprzyjającego ubogim M. Ravalliona i S. Chena (2003), którzy określają wzrost sprzyjający ubogim jako wzrost prowadzący do redukcji ubóstwa (*povert yreducing pro-poor growth*) – wskazują, że występuje on w sytuacji gdy spełniony jest następujący warunek:

$$dLn\theta = \eta \cdot g_{12} < 0. \quad (31)$$

4.1.2. Stopa wzrostu ekwiwalentna ubóstwu

Indeksy wzrostu sprzyjającego ubogim (28) i (30) pozwalają jedynie ocenić jaki sposób korzyści wynikające ze wzrostu są redystrybuowane pomiędzy ubogich i nieubogich. Aby ponadto ocenić w jakim stopniu wzrost redukuje ubóstwo N. Kakwani, S. Khandker i H. Son (2003) zaproponowali rozszerzenie pomiaru wzrostu sprzyjającego ubogim za pomocą indeksu PPGI poprzez uwzględnienie w tym pomiarze rzeczywistej stopy wzrostu. Zdefiniowany przez nich wskaźnik stopa wzrostu ekwiwalentna ubóstwu (*poverty equivalent growth rate* – PEGR) stanowi taką stopę wzrostu przeciętnych dochodów (g_{12}^*), której efektem byłyby taki sam poziom redukcji ubóstwa jak przy rzeczywistej stopie wzrostu (g_{12}), jeżeli procesowi wzrostu nie towarzyszyłyby zmiany nierówności (każda jednostka uzyskiwałaby taki sam proporcjonalny wzrost swoich dochodów z tytułu wzrostu przeciętnych dochodów w populacji). Przy rzeczywistej stopie wzrostu proporcjonalna redukcja ubóstwa (przy wzroście przeciętnych dochodów o 1%) wynosi ηg_{12} . Jeżeli zmiana rozkładu dochodów byłaby neutralna w sensie relatywnym wtedy wzrost przeciętnych dochodów g_{12}^* spowodowałaby proporcjonalną redukcję ubóstwa równą ηg_{12}^* i jednocześnie równą ηg_{12} . Stąd też wskaźnik PEGR definiujemy jako:

$$PEGR = g_{12}^* = \frac{\eta}{\eta_g} \cdot g_{12} = PPGI g_{12} \quad (32)$$

co możemy także zapisać także jako:

$$PEGR = \frac{\int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} y(p) g_{12}(p) dp}{\int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} y(p) dp}. \quad (33)$$

Ze wzoru (33) wynika, że *PEGR* jest ważoną średnią arytmetyczną ze stóp wzrostu przeciętnych dochodów jednostek dla kolejnych kwantyli rozkładu dochodów, gdzie wagi zależą od zastosowanego indeksu ubóstwa. W przypadku dekomponowalnych indeksów ubóstwa FGT wskaźnik *PEGR* definiujemy jako:

$$PEGR(z, y, \alpha) = \frac{\int_0^H \left(\frac{z - y(p)}{z} \right)^{\alpha-1} y(p) g_{12}(p) dp}{\int_0^H \left(\frac{z - y(p)}{z} \right)^{\alpha-1} y(p) p dp}, \quad \alpha \geq 1. \quad (34)$$

Ponieważ elastyczność wzrostowa ubóstwa (η_g) jest, jak już wspomniano, w zasadzie zawsze ujemna z równania (32) wynika, że gdy $\eta_{g_{12}}$ jest ujemne (dodatnie) to *PEGR* jest dodatnie (ujemne). Innymi słowy znak wskaźnika *PEGR* wskazuje na kierunek zmian ubóstwa. Dodatnia (ujemna) wartość wskaźnika wskazuje tym samym na spadek (wzrost) ubóstwa. Wskaźnik ten spełnia jednocześnie podstawowy warunek mówiący, że stopień redukcji ubóstwa jest monotonicznie rosnącą funkcją *PEGR*. Im większa wielkość *PEGR* tym większy stopień redukcji ubóstwa. Tym samym jeżeli celem polityki społecznej jest redukcja ubóstwa *PEGR* może stanowić miarę stopnia efektywności tej polityki. Wzrost jest ściśle sprzyjający ubogim gdy *PEGR* jest większy od stopy wzrostu przeciętnych dochodów ($PEGR > g_{12}$). Jeżeli *PEGR* jest większy od zera lecz mniejszy od stopy wzrostu przeciętnych dochodów ($0 < PEGR < g_{12}$), wzrostowi towarzyszy zwiększenie się nierówności dochodowych lecz ubóstwo ulega redukcji. Wzrost wtedy nie jest wzrostem ściśle sprzyjającym ubogim gdyż

ubodzy korzystają z niego w mniejszym stopniu niż nieubodzy. Możliwa jest także sytuacja gdy wzrostowi przeciętnych dochodów towarzyszy wzrost ubóstwa – wtedy PEGR przyjmuje ujemne wartości ($PEGR < 0$). Z taką sytuacją mamy do czynienia gdy wzrost nierówności, niekorzystny dla ubogich, przewyższa korzyści wynikające z wzrostu przeciętnych dochodów i wzrost nie jest sprzyjający ubogim. W okresie spadku przeciętnych dochodów (gdy $g_{12} < 0$) ubóstwo generalnie wzrasta. Jednakże gdy nierówności dochodowe zmniejszają się tak znacznie że następuje redukcja ubóstwa, co odpowiada sytuacji że $PEGR > 0$, wtedy recesję nazywamy silnie sprzyjającą ubogim. Gdy natomiast $g_{12} < PEGR < 0$ recesja będzie sprzyjająca ubogim chociaż ubóstwo rośnie gdyż ubodzy tracą proporcjonalnie mniej niż nieubodzy. Recesja będzie niekorzystna dla ubogich gdy $PEGR < g_{12} < 0$. W tej sytuacji nie tylko ubóstwo rośnie lecz jednocześnie ubodzy tracą proporcjonalnie więcej niż nieubodzy (Kakwani, Khandker i Son, 2004).

Aby określić czy wzrost ma charakter wzrostu sprzyjającego ubogim w sensie relatywnym słabym możemy przedstawić wskaźnik PEGR w następującej postaci:

$$PEGR = g_{12} + (PPGI^* - 1)g_{12}. \quad (35)$$

Ponieważ wzrost ma charakter sprzyjającego ubogim w ujęciu relatywnym słabym gdy $g_{12} > 0$ i $PPGI > 1$ albo gdy $g_{12} < 0$ i $PPGI < 1$ drugi element prawej strony równania (35) jest dodatni. Wynika z tego, że wzrost będzie wzrostem sprzyjającym ubogim w sensie relatywnym słabym jeżeli $PEGR > g_{12}$.

Aby określić czy wzrost sprzyja ubogim w sensie relatywnym mocnym równanie (35) możemy zapisać jako (Kakwani i Son, 2008):

$$PEGR = g_{12} \left[1 + (PPGI - PPGI^*) \right] + [PPGI^* - 1]g_{12}. \quad (36)$$

Ponieważ wzrost ma charakter sprzyjającego ubogim w sensie relatywnym mocnym gdy $g_{12} > 0$ i $PPGI^* > 1$ albo gdy $g_{12} < 0$ i $PPGI^* < 1$ drugi z elementów prawej strony równania (36) jest dodatni. Tym samym wzrost będzie sprzyjał ubogim w sensie relatywnym mocnym jeżeli $PEGR > g_{12} \left[1 + (PPGI - PPGI^*) \right]$. Ponieważ wskaźnik $PPGI$ jest zawsze większy niż wskaźnik $PPGI^*$ wzrost sprzyjający ubogim w sensie relatywnym mocnym sprzyja także ubogim w sensie relatywnym słabym. Jednocześnie wzrost sprzyjający ubogim w sensie relatywnym słabym nie musi być wzrostem sprzyjającym ubogim w sensie relatywnym mocnym. Oznacza to, że przy tej samej stopie wzrostu przeciętnych dochodów wzrost o charakterze relatywnym mocnym prowadzi do szybszej redukcji ubóstwa niż wzrost o charakterze relatywnym słabym.

N. Kakwani i H. Son (2008) wskazują, że zaproponowany przez nich wskaźnik PEGR umożliwia ocenę czy wzrost sprzyja ubogim zarówno według definicji M. Ravalliona i S. Chena, według których wzrost sprzyjający ubogim to wzrost prowadzący do redukcji ubóstwa jak i definicji wzrostu sprzyjającego ubogim zarówno w sensie relatywnym słabym jak i mocnym. Wzrost prowadzi do redukcji ubóstwa, czyli jest sprzyjający ubogim według definicji M. Ravalliona i S. Chena, gdy $PEGR > 0$. Jeżeli stopa wzrostu przeciętnych dochodów $g_{12} > 0$ wtedy $PEGR > g_{12}$ co powoduje, że zawsze $PEGR > 0$, a wzrost sprzyjający ubogim w sensie relatywnym zawsze prowadzi do redukcji ubóstwa (jest wzrostem sprzyjającym ubogim zgodnie z definicją M. Ravalliona i S. Chena)⁷. Oznacza to, że gdy rosną przeciętne dochody definicja wzrostu sprzyjającego ubogim, jako wzrostu prowadzącego do

⁷ Zależność ta nie jest zawsze spełniona, gdyż miary ubóstwa wykorzystywane przy ocenie wzrostu powinny posiadać pewne właściwości, których nie posiadają agregatywne indeksy ubóstwa stosowane w analizach N. Kakwaniego i H. Son (2008). Por. rozdz. 5.

redukcji ubóstwa, jest „słabsza” niż definicje wzrostu sprzyjającego ubogim w sensie relatywnym słabym i w sensie relatywnym mocnym.

Ponadto jeżeli $PEGR > 0$ wynika z tego, że $PEGR - g_{12} > -g_{12}$ a dalej, że $PEGR > g_{12}$ kiedy $g_{12} < 0$. Oznacza to, że gdy występuje spadek przeciętnych dochodów definicja wzrostu jako sprzyjającego ubogim gdy prowadzi on do redukcji ubóstwa jest „mocniejszą” definicją wzrostu sprzyjającego ubogim niż definicje wzrostu sprzyjającego ubogim w sensie relatywnym mocnym i w sensie relatywnym słabym gdy stopa wzrostu przeciętnych dochodów jest ujemna.

4.2. Metody analizy charakteru wzrostu w podejściu częściowym

Metody analizy w ramach podejścia częściowego (niezpełnego) pozwalają na określenie charakteru wzrostu, jako wzrostu redukującego lub zwiększającego ubóstwo, dla szerokiej klasy miar ubóstwa oraz dla dowolnych granic ubóstwa.

Pierwszą z tego typu metod analizy stanowi propozycja M. Ravalliona i S. Chena (2003) oparta na koncepcji krzywej zasięgu wzrostu (*growth incidence curve* – GIC). Krzywa GIC jest graficznym narzędziem badawczym stanowiącym wizualizację stopy wzrostu dochodów dla każdego percentyla rozkładu dochodów uporządkowanych niemalejąco. Dochód jednostki odpowiadający kwantylowi p w rozkładzie dochodów możemy przedstawić jako odwrotność dystrybucyjną tego rozkładu dochodów $F(y)$:

$$y(p) = F^{-1}(p) = L'(p)\mu. \quad (37)$$

Zakładając, że p przyjmuje wartości od 0 do 1 otrzymujemy tzw. „funkcję kwantylową” (Moyes, 1999), będącą pewną wersją parady Pena (1971).

Wskaźnik kwantylowych stóp wzrostu ($g_{12}(p)$) wykreśla właśnie krzywą GIC, która pokazuje w jaki sposób wzrost przeciętnych dochodów jest dystrybuowany pomiędzy poszczególne kwantyle populacji. Z równania (37) wynika, że wskaźnik ten (21) możemy także przedstawić jako:

$$g_{12}(p) = \frac{F_2^{-1}(p) - F_1^{-1}(p)}{F_1^{-1}(p)} = \frac{L_2'(p)}{L_1'(p)} (g_{12}' + 1) - 1, \quad (38)$$

gdzie:

$$g_{12}' = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1}. \quad (39)$$

Identyfikacja wzorca rozwoju oparta na krzywej GIC wykorzystuje koncepcję dominacji stochastycznej I rzędu (Atkinson, 1987; Foster i Shorrocks 1988; Ravallion 1994; Panek 2011; Kośny, 2011a). Dominacja stochastyczna w analizach porównawczych dochodów opiera się na porównywaniu rozkładów zmiennych losowych, których realizacjami są dochody porównywanych populacji jednostek. Jeżeli $F_1(y)$ i $F_2(y)$ są dystrybuantami rozkładu dochodów jednostek odpowiednio na początek i na koniec badanego okresu to dominację stochastyczną I rzędu (*first-order dominance* – FOD) rozkładu F_2 nad rozkładem F_1 możemy zapisać jako:

$$F_2 \geq_{SDI} F_1 \Leftrightarrow F_2(y) \leq F_1(y). \quad (40)$$

Ponieważ:

$$F_2(y) \leq F_1(y) \Leftrightarrow F_2^{-1}(p) \geq F_1^{-1}(p) > 0, \quad y > 0 \quad (41)$$

to zachodzi następujący warunek:

$$F_2 \geq_{SDI} F_1 \Leftrightarrow F_2^{-1}(p) \geq F_1^{-1}(p) \Leftrightarrow \frac{F_2^{-1}(p) - F_1^{-1}(p)}{F_1^{-1}(p)}, \quad F_1^{-1}(p) > 0, \quad (42)$$

Prawa strona powyższej równoważności odpowiada właśnie definicji krzywej GIC. Występowanie dominacji I rzędu oznacza, że dochody w badanym okresie wzrosły dla każdego kwantyla, a tym samym także dla podpopulacji ubogich. Powyższy wzrost, według M. Ravalliona (2009), sprzyja ubogim w sensie absolutnym, gdyż powoduje wzrost ich dochodów.

Aby wzrost był uznany za sprzyjający ubogim w ujęciu relatywnym musi być spełniony następujący warunek (Duclos, 2009):

$$g_{12}(p) \geq g \quad \text{dla każdego } p \leq p^* = H, \quad (43)$$

gdzie:

p^* – odsetek jednostek ubogich równy stopie ubóstwa H .

Natomiast aby wzrost był szybszy wśród ubogich niż wśród nieubogich powinien być dodatkowo spełniony także warunek:

$$g_{12}(p) < g \quad \text{dla każdego } p > p^* = H. \quad (44)$$

Biorąc pod uwagę oba powyższe warunki zmiany w rozkładzie dochodów w analizowanym okresie możemy określić jako sprzyjające ubogim gdy dla danego odsetka ubogich p^* istnieje takie g , że oba warunki są spełnione⁸. Oznacza to, że gdy spadek wartości kwantylowych stóp

⁸ Gdy nierówności w warunkach (43) i (44) mają przeciwne zwroty wzrost jest niekorzystny dla ubogich.

wzrostu dochodów dla całej badanej populacji ($g_{12}(p)$) jest monotoniczny to wzrost jest sprzyjający ubogim w sensie względnym bez względu na to, czy $g_{12}(p)$ przyjmuje wartości dodatnie czy też wartości ujemne.

Z równania (38) wynika, że jeżeli krzywa Lorenza nie zmienia się to wtedy $g_{12}(p) = g'_{12}$ dla każdego p . Ponadto $g_{12}(p) = g'_{12}$ tylko jeżeli $y_2(p)/\mu_2$ rośnie w analizowanym okresie. Jeżeli $g_{12}(p)$ jest funkcją malejącą (rosnącą) dla wszystkich p nierówności dochodowe, mierzone miarami nierówności spełniającymi aksjomat o transferze Pigou-Daltona⁹, zmniejszają się (zwiększają się). Jeżeli krzywa GIC leży zawsze powyżej zera ($g_{12}(p) > 0$ dla wszystkich p) zachodzi dominacja pierwszego rzędu, czyli że dochody wzrosły w badanym okresie dla każdego kwantyla. W sytuacji gdy krzywa GIC jest idealnie płaska, co oznacza, że stopa wzrostu dochodów jest taka sama dla każdego kwantyla rozkładu dochodów, proces wzrostu dochodów nazywany jest „neutralnym” ze względu na rozkład – nierówności dochodowe nie ulegają zmianom.

Jeżeli rozważamy dłuższy okres zmian rozkładu dochodów w czasie często warunki (43) i (44) nie są spełnione, co nie pozwala na jednoznaczną identyfikację tych zmian. W takich sytuacjach możemy dla tej identyfikacji wykorzystać koncepcję dominacji II rzędu.

Dominacja stochastyczna drugiego rzędu jest definiowana następująco:

$$F_2 \geq_{SDII} F_1 \Leftrightarrow \int_0^y F_2(t) dt \leq \int_0^y F_1(t) dt, \text{ dla każdego } y > 0. \quad (45)$$

⁹ Aksjomat ten mówi, że transfer dochodów z jednostki uboższej do jednostki bogatszej musi powodować wzrost nierówności dochodowych.

Jednocześnie zachodzi następująca równoważność (Thisle, 1989):

$$\int_0^y F_2(t)dt \leq \int_0^y F_1(t)dt \Leftrightarrow \int_0^p F_2^{-1}(t)dt \geq \int_0^p F_1^{-1}(t)dt, \text{ dla każdego } y > 0, p \in [0;1]. \quad (46)$$

Prawa strona równoważności oznacza dominację w sensie uogólnionej krzywej Lorenza¹⁰:

$$\int_0^p F_2^{-1}(t)dt \geq \int_0^p F_1^{-1}(t)dt \Leftrightarrow GL_2(p) \geq GL_1(p), \text{ dla każdego } y > 0, p \in [0;1]. \quad (47)$$

Z równania (47) wynika, że dominacja II rzędu jest równoważna dodatniemu przyrostowi wartości uogólnionej krzywej Lorenza:

$$F_2 \geq_{SDII} F_1 \Leftrightarrow GL_2(p) \geq GL_1(p) \Leftrightarrow \frac{GL_2(p) - GL_1(p)}{GL_1(p)} > 0,$$

dla każdego $p \in (0;1]$, $GL_1(p) > 0$. (48)

W przypadku dominacji stochastycznej I rzędu analizujemy zmiany przebiegu krzywej GIC wykreślonej w oparciu o wskaźnik zmian przeciętnych dochodów jednostek dla kolejnych kwantyli rozkładu dochodów. Natomiast gdy rozpatrujemy dominację II rzędu to analizie poddajemy przebieg krzywej wykreślonej w oparciu o wskaźnik zmian przeciętnych skumulowanych dochodów jednostek (przeciętnych dochodów grup kwantylowych jednostek). Wskaźnik ten możemy przedstawić następująco (Son, 2004):

¹⁰ Uogólnioną funkcję Lorenza możemy zdefiniować jako $GL(p) = \mu L(p)$ (Kot, 2000). Określa ona w sposób jednoznaczny rozkład dochodów.

$$G_{12}(p) = d\ln(\mu) + d\ln(L(p)) = \frac{GL_2(p) - GL_1(p)}{GL_1(p)} \quad (49)$$

Konstrukcja powyższego wskaźnika wynika z teorii A. B. Atkinsona (1987), która łączy zmiany ubóstwa z uogólnioną funkcją Lorenza (GL)¹¹.

W celu określenia charakteru wzrostu H. Son porównuje wartości $G_{12}(p)$ z wartościami stopy wzrostu przeciętnych dochodów g_{12} ¹². Gdy $G_{12}(p) > g_{12}$ dla wszystkich p wzrost jest korzystny dla ubogich (w sensie relatywnym) gdyż krzywa Lorenza rośnie w całym obszarze swojej zmienności ($L(p) > 0$ dla wszystkich p), co oznacza, że nierówności dochodowe maleją i ubodzy korzystają ze wzrostu bardziej niż nieubodzy. Jeżeli $0 < G_{12}(p) < g_{12}$ dla wszystkich p wtedy wzrost powoduje redukcję ubóstwa lecz rosną nierówności dochodowe ($L(p) < 0$ dla wszystkich p), czyli wzrost nie jest wzrostem ściśle sprzyjającym ubogim (jest wzrostem skapywania) gdyż nieubodzy korzystają z niego proporcjonalnie bardziej niż ubodzy – jest on wzrostem sprzyjającym ubogim w sensie absolutnym według M. Ravalliona i S. Chena (2003). Natomiast w sytuacji gdy $G_{12}(p) < 0$ dla wszystkich p oraz $g_{12} > 0$ wzrostowi towarzyszy wzrost ubóstwa (*immiserizing growth*), czyli wzrost jest w sensie absolutnym

¹¹ Z definicji funkcji Lorenza wynika, że $L(p) = \frac{\mu_p}{\mu}$, gdzie μ_p jest średnim dochodem p -tej grupy kwantylowej rozkładu

dochodów. Innymi słowy funkcję Lorenza możemy przedstawić jako udział przeciętnych dochodów jednostek o dochodach nie większych od p -tego kwantyla rozkładu dochodów w przeciętnych dochodach całej badanej populacji. Logarytmując stronami przedstawioną zależność i przekształcając ją w postać pierwszej różnicy otrzymujemy definicję wskaźnika wzrostu przeciętnych dochodów jednostek o dochodach nie większych niż p -ty kwantyl, którą można wyrazić w postaci (49).

¹² Bardziej zasadne byłoby porównywanie wartości $G_{12}(p)$ ze średnią z stop wzrostu grup kwantylowych dla całej populacji $\overline{G_{12}(p)}$.

niesprzyjający ubogim – nie jest także sprzyjający ubogim w sensie relatywnym gdyż ubodzy tracą w czasie wzrostu podczas gdy nieubodzy zyskują¹³.

Wskaźnik $G_{12}(p)$ wykreśla krzywą wzrostu ubóstwa (*poverty growth curve* – PGC), będącą skumulowaną postacią krzywej GIC, której definicję zaproponowaną przez H. Son (2004) możemy przedstawić następująco:

$$PGC = \frac{\int_0^p g_{12}(p)y_1(p)dp}{\int_0^p y_1(p)dp}, \text{ dla każdego } p \in [0;1]. \quad (50)$$

Krzywa PGC odpowiada prawej stronie równoważności (47) określającej występowanie dominacji II rzędu. Innymi słowy o ile krzywa GIC odzwierciedla stopę wzrostu dochodów dla każdego punktu rozkładu dochodów to krzywa PGC wykreśla wskaźnik wzrostu przeciętnych dochodów jednostek należących do p -tej grupy kwantowej. Analogicznie jak w przypadku dominacji I rzędu aby wzrost był sprzyjający ubogim w ujęciu względnym konieczne jest aby spełnione były następujące warunki (Duclos, 2009).

$$G_{12}(p) \geq l, \text{ dla każdego } p \leq p^* = H \quad (51)$$

oraz

$$G_{12}(p) < l, \text{ dla każdego } p > p^* = H. \quad (52)$$

¹³ Należy zwrócić uwagę, że analiza ma sens wyłącznie gdy w badanym okresie występuje wzrost dochodów.

W przypadku dominacji II rzędu nie jest wymagany wzrost dochodów w dowolnym punkcie rozkładu. Ewentualne spadki dochodów w jakimś punkcie rozkładu dochodów mogą zostać zrekompensowane przez odpowiednio wyższy wzrost dochodów w obszarze dochodów niższych od tego punktu (Kośny, 2011a). Tym samym warunek (51) i (52) jest słabszy niż warunek (43) i (44).

Jeżeli krzywa GIC zmienia znak nie można na podstawie jej przebiegu wnioskować czy zachodzi dominacja wyższego rzędu, poza sytuacją gdy średnie dochody w badanym okresie wzrosły i krzywa GIC jest rosnąca ze względu na p co wskazuje na zachodzenie dominacji II rzędu.

Krzywa GIC została wykorzystana przez M. Ravalliona i S. Chena (2003) do zdefiniowania wskaźnika stopy wzrostu sprzyjającego ubogim (*rate of pro-poor growth*– RPPG₂). Wartość tego wskaźnika dla końca badanego okresu ($t=2$) jest równa obszarowi pod krzywą GIC, od wartości 0 do wartości stopy ubóstwa na początek badanego okresu (H_1), normalizowanego stopą ubóstwa na początku badanego okresu¹⁴:

$$RPPG_2 = \frac{1}{H_1} \int_0^{H_1} g_{12}(p) dp = \frac{1}{H_1 P} \sum_{p=1}^{p_{H_1}} g_{12}(p), \quad (53)$$

gdzie:

p_{H_1} – kwantyl odpowiadający odsetkowi ubogich przy przyjętej granicy ubóstwa dla okresu początkowego (H_1),

P – liczba kwantyli.

Należy zauważyć, że wskaźnik $RPPG_2$ jest otrzymywany jako średnia ze stóp wzrostu dochodów dla wszystkich kwantyli aż do kwantyla wyznaczającego stopę zasięgu ubóstwa na początek badanego okresu (jako średnia z kwantylowych stóp wzrostu).

M. Ravallion i S. Chen wskazali dwa warunki, które powinny spełniać miary charakteru wzrostu, czyli umożliwiające ocenę czy wzrost jest sprzyjający ubogim, a mianowicie:

- miara powinna być zgodna z kierunkiem zmian ubóstwa – wzrost sprzyjający ubogim (niesprzyjający ubogim) powinien powodować spadek ubóstwa (wzrost ubóstwa),
- miara ubóstwa stosowana do oceny charakteru wzrostu powinna spełniać podstawowe aksjomaty, a mianowicie aksjomat o monotoniczności, aksjomat o transferze oraz o aksjomat o dekomponowalności.

Należy zauważyć, że niektórych z tych aksjomatów nie spełniają najczęściej stosowane w analizach ubóstwa agregatowe indeksy ubóstwa (Panek, 2011):

- stopa ubóstwa (H) nie spełnia aksjomatu o monotoniczności i transferze,
- indeks luki dochodowej (I^0) i kwadrat luki dochodowej (DU) nie spełniają aksjomatu o transferze.
- Aksjomaty te spełniają natomiast indeks Watta (W), indeks Sena (1976) oraz indeks Sena-Shorrocka-Thona, będący modyfikacją indeksu Sena (Thon, 1979; Shorrocks, 1995).

¹⁴ Wskaźnik $RPPG$, jest związany funkcyjnie z indeksem ubóstwa Watta, tj. $RPPG = -dW$, gdzie $W = \int_0^1 \log \left(\frac{z}{y_1(p)} dp \right)$.

Krzywa GIC, podobnie jak wskaźnik RPPG₂, może być stosowana zarówno do oceny charakteru wzrostu w ujęciu absolutnym jak i w ujęciu stosunkowym. Jednocześnie M. Ravallion i S. Chen wyraźnie stwierdzają, że uważają wzrost za sprzyjający ubogim gdy ubodzy zyskają na tym wzroście nawet gdy nieubodzy zyskują na nim więcej. Innymi słowy preferują oni podejście absolutne.

W ujęciu absolutnym wzrost sprzyja ubogim jeżeli krzywa GIC leży powyżej zera dla wszystkich p od 0 aż do kwantyla odpowiadającego przyjętej granicy ubóstwa dla okresu początkowego¹⁵. Natomiast wzrost ten nie sprzyja ubogim gdy krzywa GIC leży poniżej zera w powyższym obszarze zmienności kwantyli. Gdy krzywa GIC leży powyżej (poniżej) zerazachodzi wtedy dominacja I rzędu, a tym samym ubóstwo maleje (rośnie) w badanym okresie dla wszystkich granic ubóstwa. Gdy GIC zmienia znak w analizowanym obszarze nie można, jak już wspomniano, na podstawie jej przebiegu wyciągać wniosków co do charakteru wzrostu i wtedy należy w tym celu wykorzystać wskazania wskaźnika RPPG₂. Jeżeli RPPG₂>0 wzrost jest sprzyjający ubogim w sensie absolutnym, a gdy RPPG₂<0 wzrost ten nie sprzyja ubogim.

W ujęciu relatywnym wzrost jest sprzyjający ubogim jeżeli krzywa GIC leży powyżej linii poziomej wyznaczonej przez stopę wzrostu przeciętnych dochodów (g'_{12}) dla wszystkich p od 0 aż do wartości stopy ubóstwa na początku badanego okresu (H_1)¹⁶. Natomiast gdy krzywa GIC leży poniżej tej linii we wspomnianym powyżej obszarze zmienności kwantyli wzrost

¹⁵ Analiza charakteru wzrostu w ujęciu absolutnym ma w praktyce sens gdy w badanym okresie obserwujemy wzrost przeciętnych dochodów. Przy spadku przeciętnych dochodów wzrost dochodów ubogich jest sytuacją czysto hipotetyczną.

¹⁶ Bardziej zasadna byłaby tutaj analiza położenia krzywej GIC względem linii poziomej wyznaczonej przez średnią z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p)}$.

nie jest sprzyjający ubogim. Jeżeli GIC zmienia znak dla określenia charakteru wzrostu należy analogicznie jak w podejściu absolutnym skorzystać ze wskaźnika $RPPG_2$. Gdy $RPPG_2 > (g'_{12})$ to wzrost jest w sensie relatywnym sprzyjający ubogim, a gdy $RPPG_2 < g_{12}$ to sprzyja on nieubogim.

W prowadzonych empirycznych analizach charakteru wzrostu wartość wskaźnika $RPPG_2$ porównywana jest ze stopą wzrostu przeciętnych dochodów g'_{12} (por. np. Gimm, 2007; Brzeziński 2011; Harmáček, Syrovátka i Dušková, 2017). Stanowi to pewną niekonsekwencję gdyż wskaźnik $RPPG_2$ stanowi średnią z kwantylowych stóp wzrostu dla wszystkich p aż do kwantyla odpowiadającego granicy ubóstwa. Tym samym bardziej odpowiednim rozwiązaniem jest porównywanie jego wartości także ze średnią z kwantylowych stóp wzrostu ale dla wszystkich kwantyli (dla całej populacji), czyli z wartością $\overline{g_{12}(p)}$ ($p=1, \dots, n$).

Jeżeli krzywa PGC zmienia znak w obszarze wyznaczonym dla wszystkich p od 0 do kwantyla odpowiadającego przyjętej granicy ubóstwa na początek badanego okresu nie można na jej podstawie wnioskować o charakterze wzrostu. W tej sytuacji możemy zdefiniować, w sposób analogiczny do wskaźnika $RPPG_2$, wskaźnik oparty na krzywej wzrostu ubóstwa (PGC), który nazwiemy skumulowanym wskaźnikiem wzrostu sprzyjającego ubogim (*cumulative rate of pro-poor growth* – $CRPPG_2$). Wartość tego wskaźnika jest równa obszarowi pod krzywą PGC, od wartości 0 do wartości stopy ubóstwa na początek badanego okresu (H_1), normalizowanego stopą ubóstwa na początek badanego okresu:

$$CRPPG_2 = \frac{1}{H_1} \int_0^{H_1} G_{12}(p) dp = \frac{1}{H_1 P} \sum_{p=1}^{p_{H_1}} G_{12}(p). \quad (54)$$

Jest on średnią z przeciętnych stóp wzrostu jednostek należących do p -tej grupy kwantylowej dla wszystkich kwantyli aż do kwantyla wyznaczającego stopę zasięgu ubóstwa na początek badanego okresu (średnią ze skumulowanych stóp wzrostu).

Jeżeli $CRPPG_2 > 0$ wzrost jest sprzyjający ubogim w sensie absolutnym (według H. Son nie jest on wzrostem ściśle sprzyjającym ubogim, a wzrostem skapywania), a gdy $CRPPG_2 < 0$ wzrost ten niesprzyjający ubogim w tym ujęciu¹⁷. Natomiast gdy $CRPPG_2 > \overline{G_{12}}(p)$ to wzrost jest sprzyjający ubogim w sensie relatywnym (jest według H. Son wzrostem ściśle sprzyjającym ubogim), a gdy $CRPPG_2 < \overline{G_{12}}(p)$ to wzrost sprzyja nieubogim w ujęciu relatywnym.

5. Podejście do analizy charakteru wzrostu odrzucające aksjomat anonimowości

Dotychczas prezentowane sposoby analizy charakteru wzrostu opierały się na podejściu bazującym na anonimowości, które zakłada, że nie musimy w analizowanym okresie obserwować zmian poziomu dochodów tych samych jednostek (gospodarstw domowych, osób), czyli nie brały one pod uwagę mobilności jednostek ze względu na ich pozycję w rozkładach dochodów w badanym okresie. Porównując dochody jednostki dla danego kwantyla w okresie początkowym i w okresie końcowym ignorujemy fakt, że najczęściej nie są to te same jednostki. W efekcie nie jesteśmy w stanie stwierdzić, czy jednostki, które były ubogie w okresie początkowym pozostały także ubogie w okresie końcowym analizy. Nie możemy także ocenić, czy wzrost dochodów jednostek pozwolił im opuścić sferę ubóstwa.

¹⁷ Por. analogiczna uwaga jak w odnośniku 14.

M. Grimm (2007) zaproponował rozwinięcie podejścia Ravalliona i Chena do analizy charakteru wzrostu wyprowadzając nowe wersje krzywej GIC i wskaźnika RPPG₂, odrzucając aksjomat anonimowości, czyli zakładając, że w obu okresach porównywane są dochody tych samych jednostek¹⁸. Powyższe analizy mogą służyć do oceny czy wzrost redukujący ubóstwo ma charakter trwały (*chronic*) czy też tymczasowy (*transitory*). Ma to szczególne znaczenie dla przedsięwzięć polityki społecznej, które powinny skupić się przede wszystkim na redukcji ubóstwa o charakterze trwałym.

Obserwacja zmian poziomu dochodów jednostek w porównywanych okresach bazuje na łącznej dystrybucji rozkładu dochodów $F(y_1, y_2)$ odnoszącej się do stałej w obu okresach populacji jednostek. Jeżeli dysponujemy danymi o poziomie dochodów tych samych jednostek zarówno w okresie początkowym ($t=1$) jak i w okresie końcowym ($t=2$) możemy uporządkować te jednostki rosnąco ze względu na poziom ich dochodów w okresie początkowym. Na tej podstawie możemy obliczyć kwantylowe stopy wzrostu dochodów odnoszące się do tych samych jednostek w obu porównywanych okresach:

$$g_{12}(p(y_1)) = \frac{y_2(p(y_1)) - y_1(p(y_1))}{y_1(p(y_1))}, \quad (55)$$

gdzie:

$y_2(p(y_1))$ – dochód w okresie końcowym jednostki o dochodzie równym p -temu kwantylowi w rozkładzie dochodów w okresie początkowym.

¹⁸ Propozycje pomiaru wzrostu sprzyjającego ubogim odrzucające aksjomat anonimowości przedstawili także m.in. Wagstaff (2009) i Bourguignon (2011).

W analogii do krzywej zasięgu wzrostu GIC M. Grimm zdefiniował indywidualną krzywą zasięgu wzrostu IGIC (*individual growth incidence growth*). Krzywą tą wykreśla wskaźnik wzrostu przeciętnych dochodów jednostek $g_{12}(p(y_1))$ dla analizowanych kwantyli rozkładu dochodów w okresie początkowym $p(y_1)$. Analogicznie jak krzywa GIC, krzywa IGIC tworzy linię poziomą jeżeli wzrost przeciętnych dochodów jednostek dla każdego kwantyla jest taki sam i jednocześnie równy wzrostowi przeciętnych dochodów, czyli gdy $g_{12}(p(y_1)) = g'_{12}$ dla wszystkich $p(y_1)$. Jeżeli $g_{12}(p(y_1)) > 0$ ($g_{12}(p(y_1)) < 0$) dla każdego kwantyla $p(y_1)$ wtedy każda jednostka jest bardziej zamożna (mniej zamożna) w okresie końcowym niż w okresie początkowym. Zasadnicza różnica koncepcyjna pomiędzy krzywymi GIC i IGIC polega na tym, że krzywa GIC porównuje dwa rozkłady dochodów różnych populacji jednostek, a krzywa IGIC odzwierciedla transfery pomiędzy rozkładami dochodów w okresie od $t=1$ do $t=2$, tj. zarówno wzrost dochodów jak i mobilność dochodową tych samych jednostek. Bazując na krzywej IGIC M. Grimm zaproponował nieanonimową wersję wskaźnika $PPGR_2$ o postaci:

$$IRPPG_2 = \frac{1}{H_1} \int_0^{H_1} g_{12}(p(y_1)) dp(y_1) = \frac{1}{H_1 P} \sum_{p=1}^{p_{H_1}} g_{12}(p(y_1)). \quad (56)$$

Wartość wskaźnika $IRPPG_2$ (*individual of pro-poor growth*) jest równa obszarowi pod krzywą IGIC od wartości 0 do wartości stopy ubóstwa na początku badanego okresu (H_1), znormalizowanego stopą ubóstwa na początku badanego okresu¹⁹.

Wykorzystując krzywą IGIC oraz wskaźnik $IRPPG_2$ możemy określić jaki charakter ma wzrost zarówno w ujęciu absolutnym jak i w ujęciu stosunkowym. Wzrost jest sprzyjający

ubogim w sensie absolutnym jeżeli krzywa IGIC leży powyżej zera dla wszystkich kwantyli od zera do wartości linii ubóstwa na początku badanego okresu. Natomiast wzrost nie jest sprzyjający ubogim w sensie absolutnym jeżeli krzywa IGIC leży poniżej zera w przyjętym obszarze zmienności kwantyli²⁰. Jeżeli krzywa IGIC zmienia swój znak wnioskowanie o charakterze wzrostu musi się opierać na wartościach wskaźnika IRPPG₂. Wzrost jest sprzyjający ubogim w sensie absolutnym gdy IRPPG₂>0 a niesprzyjający ubogim gdy IRPPG₂<0.

M. Grimm w przypadku relatywnego podejścia do oceny charakteru określa wzrost jako sprzyjający ubogim jeżeli krzywa IGIC leży powyżej linii poziomej wyznaczonej przez stopę wzrostu przeciętnych dochodów (g'_{12}) dla wszystkich kwantyli od zera do wartości stopy ubóstwa na początku badanego okresu (H_1). Natomiast gdy krzywa IGIC leży poniżej wspomnianej linii poziomej wzrost nie sprzyja ubogim. Analogicznie jak w analizach stosujących wskaźniki RPPG₂ i CRPPG₂ bardziej zasadne jest operowanie średnimi z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$ niż stopą wzrostu przeciętnych dochodów g'_{12} .

Zmiana znaku krzywej IGIC nie pozwala na ocenę charakteru wzrostu na podstawie jej przebiegu. W tej sytuacji charakter wzrostu oceniamy na podstawie wartości wskaźnika IRPPG₂. Gdy IRPPG₂> $\overline{g_{12}(p(y_1))}$ wtedy wzrost w sensie relatywnym sprzyja ubogim, a jeżeli IRPPG₂< $\overline{g_{12}(p(y_1))}$ to wzrost ten nie sprzyja ubogim.

¹⁹ Wskaźnik IRPPG₂, podobnie jak wskaźnik RPPG₂, bierze pod uwagę wyłącznie jednostki których dochody w okresie początkowym były niższe niż granica ubóstwa, pozostawiając poza analizą jednostki nieubogie w okresie początkowym.

²⁰ Por. analogiczna uwaga jak w odnośniku 14.

6. Charakterystyka danych

6.1. Charakterystyka danych

Podstawą przeprowadzonych analiz charakteru wzrostu w Polsce w latach 2005-2015 są dane pochodzące z badania Diagnoza Społeczna (DS) realizowanego przez Radę Monitoringu Społecznego. Podstawowym celem badania Diagnoza Społeczna jest analiza warunków i jakości życia ludności Polski (Panek, 2015b). Badanie ma charakter panelowy. W kolejnych jego rundach uczestniczą wszystkie dostępne gospodarstwa domowe z poprzedniej rundy oraz gospodarstwa z nowej reprezentatywnej próby o takiej samej strukturze jak próby z poprzednich rund panelu.

W badaniu DS zastosowano dwustopniowy warstwowy schemat losowania mieszkań z różnymi prawdopodobieństwami wyboru na pierwszym stopniu. Przed losowaniem gospodarstwa powarstwowano według województw, a następnie w ramach województw według klasy miejscowości zamieszkania, wyróżniając duże miasta (powyżej 100 tys. mieszkańców), małe miasta (poniżej 100 tys. mieszkańców) oraz wieś. Jednostkami losowania pierwszego stopnia w warstwach miejskich w poszczególnych województwach były rejony statystyczne (obejmujące co najmniej 250 mieszkań), a w warstwach wiejskich obwody statyczne. Na drugim stopniu losowano systematycznie po dwa mieszkania z uporządkowanej losowo listy mieszkań, niezależnie wewnątrz każdej z warstw utworzonych na pierwszym stopniu.

Uzyskiwane wyniki badania DS są, poprzez odpowiednie ważenie, uogólniane z odpowiednią precyzją na poziomach ogólnokrajowym oraz wojewódzkim. System wag uwzględnia (Panek, 2015b):

- prawdopodobieństwo wyboru mieszkań (gospodarstw domowych),

- poziom kompletności badania,
- strukturę populacji gospodarstw domowych i osób według płci i wieku uzyskiwaną na podstawie wyników spisów oraz bieżących szacunków demograficznych.

Zintegrowany system wag (a dokładniej suma wag) gospodarstw domowych i osób (członków gospodarstw domowych) obliczony dla badania DS odzwierciedla liczebności całej populacji gospodarstw domowych i osób w Polsce.

6.2. Podstawowe pojęcia

Jednostką badania jest gospodarstwo domowe. Gospodarstwo domowe to zespół osób spokrewnionych ze sobą lub niespokrewnionych, mieszkających razem i wspólnie utrzymujących się (gospodarstwo domowe wieloosobowe). Członkowie rodziny mieszkający wspólnie, ale utrzymujący się oddzielnie, tworzą odrębne gospodarstwo domowe. Osoby samotne utrzymujące się samodzielnie tworzą jednoosobowe gospodarstwa domowe.

Kategorią dochodów stosowaną w badaniu były miesięczne realne dochody netto gospodarstw domowych. Miesięczne dochody netto gospodarstw domowych w badanych latach zostały doprowadzone do porównywalności dochodami z 2005 r. poprzez ich korygowanie odpowiednimi wskaźnikami cen towarów i usług konsumpcyjnych.

Aby dochód gospodarstwa domowego prawidłowo spełniał rolę miernika możliwości zaspokojenia potrzeb, porównywalnego dla gospodarstw domowych o różnej liczebności i składzie demograficznym, został on skorygowany ze względu na poziom ich potrzeb. Korygowanie to odbywało się przez dzielenie dochodów gospodarstw domowych przez odpowiadające im skale ekwiwalentności. Skale ekwiwalentności są parametrami pozwalającymi na pomiar wpływu wielkości i charakterystyk demograficznych gospodarstw domowych na poziom ich potrzeb, a tym samym na różnice w wielkościach ich dochodów niezbędnych do osiągnięcia tego samego poziomu zaspokojenia potrzeb przez te

gospodarstwa domowe (Panek, 2011, 43-56). Skala ekwiwalentności dla gospodarstwa domowego danego typu mówi, ile razy należałoby zmniejszyć (zwiększyć) jego dochód, aby osiągnęło ono ten sam poziom zaspokojenia potrzeb co gospodarstwo domowe standardowe stanowiące punkt odniesienia porównań.

Skale ekwiwalentności zastosowane w prezentowanej analizie, zostały oszacowane na podstawie procedury, wykorzystującej informacje o wielkości wydatków gospodarstw domowych (Szulc, 2003; Panek, 2015a). Jako gospodarstwo stanowiące punkt odniesienia (czyli gospodarstwo „standardowe”, ze skalą ekwiwalentności równą 1), przyjęto gospodarstwo pracownicze osoby samotnej w wieku od 30 do 59 lat. Wartość skali ekwiwalentności dla innego, dowolnego gospodarstwa domowego możemy wtedy interpretować jako liczbę zawartych w nim „standardowych” gospodarstw (czyli w naszym przypadku „standardowych” osób). Skale ekwiwalentności zostały oszacowane według następującego wzoru:

$$\ln m_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{s=1}^v [m_{sj} (w_{si} + w_{sr})] \ln \frac{A_{ji}}{A_{jr}}, \quad (57)$$

gdzie:

v – liczba dóbr lub grup dóbr,

m_i – skala ekwiwalentności dla i -tego gospodarstwa,

w_{si}, w_{sr} – odsetek wydatków i -tego i r -tego gospodarstwa na s -te dobro lub grupę dóbr. W tym przypadku gospodarstwo r -te jest gospodarstwem standardowym.

m_{sj} – elastyczność wydatków na s -te dobro względem j -tej charakterystyki demograficznej ($j=1,2,\dots,m$).

A_i, A_r – wektory charakterystyk demograficznych i -tego i r -tego gospodarstwa.

W prezentowanym badaniu wektory charakterystyk demograficznych uwzględniały liczbę osób dorosłych w gospodarstwie (powyżej 16 lat), liczbę dzieci (poniżej 10 lat i od 10 do 15 lat) oraz wiek głowy rodziny (16-29 lat, 30-60 lat oraz powyżej 60 lat).

Parametry m_{sj} otrzymujemy poprzez estymację modelu popytu konsumpcyjnego, w którym zmiennymi objaśniającymi są wydatki gospodarstwa domowego, liczba osób dorosłych oraz dzieci w gospodarstwie domowym i ceny dóbr konsumpcyjnych. Są one interpretowane jako demograficzne elastyczności wydatków na poszczególne dobra. Tym samym skala ekwiwalentności uzyskana na podstawie równania (57) jest średnią geometryczną elastyczności wydatków względem zmiennych demograficznych ważonych udziałami wydatków na poszczególne dobra w wydatkach ogółem.

6.3. Identyfikacja ubogich

W prowadzonych analizach empirycznych przyjęto, że ubóstwem będziemy określali sytuację, w których gospodarstwo domowe nie dysponuje wystarczającymi bieżącymi dochodami, pozwalającymi na zaspokojenie swoich podstawowych potrzeb, na minimalnym akceptowalnym poziomie. Dla wyodrębnienia subpopulacji ubogich wyznaczany jest pewien krytyczny poziom dochodów, zwany granicą ubóstwa, poniżej którego zaspokojenie tych podstawowych potrzeb nie jest możliwe.

Dla identyfikacji gospodarstw domowych ubogich zastosowano dwa krytyczne poziomy dochodów, a mianowicie minimum socjalne oraz minimum egzystencji, obliczane przez Instytut Pracy i Spraw Socjalnych dla jednoosobowego gospodarstwa pracowniczego. Pierwszy z nich będziemy nazywali granicą niedostatku, a drugi granicą skrajnego ubóstwa. Dla wszystkich pozostałych typów gospodarstw domowych linię

ubóstwa/niedostatku obliczono jako iloczyn minimum socjalnego/egzystencji i odpowiadającej im skali ekwiwalentności.

Wartość minimum socjalnego jest tożsama z wartością koszyka dóbr konsumpcyjnych ustalonego dla gospodarstwa domowego o określonych cechach społeczno-demograficznych. Zawartość tego koszyka powinna przy tym zapewnić takie warunki bytowe gospodarstwa domowego, które umożliwiają nie tylko reprodukcję jego sił życiowych oraz posiadanie i wychowanie dzieci, ale również utrzymanie więzi ze społeczeństwem (Deniszczuk, Sajkiewicz, 1996b).

Kategoria minimum egzystencji została stworzona w celu określenia jaki poziom dochodów (także dla ściśle określonych, wybranych typów gospodarstw domowych) jest niezbędny w celu zapewnienia „przetrwania” w zdrowiu i zdolności do pracy (Deniszczuk, Sajkiewicz, 1996a). Wartość minimum egzystencji została obliczona jako suma wydatków niezbędnych do nabycia koszyka dóbr uznawanych za minimum. Obejmuje ona jedynie takie grupy wydatków jak: żywność, mieszkanie i jego utrzymanie, ochrona zdrowia i higiena, odzież i obuwie oraz ich naprawy, edukacja dzieci.

Wartość obliczanego przez Instytut Pracy i Spraw Socjalnych minimum socjalnego, stanowiącego granicę niedostatku dla jednoosobowych gospodarstw domowych pracowników, wyniosła dla 2005 r. 884 zł, a wartość minimum egzystencji wyznaczającą granicę skrajnego ubóstwa odpowiednio 385 zł.

7. Ocena charakteru wzrostu w Polsce w latach 2005-2015 bazująca na anonimowości i podejściu pełnym

7.1. Szacunek indeksów wzrostu sprzyjającego ubogim

Dla oszacowania indeksów wzrostu sprzyjającego ubogim PPGI wykorzystano propozycję N. Kakwaniego(1995) dekompozycji wartości indeksów ubóstwa na komponent dotyczący zmian w przeciętnym dochodzie badanych gospodarstw domowych oraz odnoszący się do zmian nierówności rozkładu dochodów (19). Składniki te obliczano na podstawie następującego wzorów:

$$G_{12} = \frac{1}{2}(P_{21} - P_{11} + P_{22} - P_{12}) \quad (58)$$

oraz

$$I_{12} = \frac{1}{2}(P_{12} - P_{11} + P_{22} - P_{21}) \quad (59)$$

gdzie:

P_{12} – wartość indeksu ubóstwa oszacowanego przy poziomie dochodów z końcowego okresu oraz rozkładzie dochodów z okresu początkowego.

Przyjmujemy jednocześnie stałą granicę ubóstwa w okresie początkowym i w okresie końcowym na poziomie okresu początkowego (z) (dochody gospodarstw domowych z badanych lat zostały urealnione na 2005 r. odpowiednimi indeksami cen towarów i usług konsumpcyjnych).

Indeks PPGI szacujemy jako stosunek całkowitej elastyczności wzrostowej ubóstwa (η) do neutralnej elastyczności wzrostowej ubóstwa (η_g):

$$PPGI = \frac{\eta}{\eta_g}, \quad (60)$$

gdzie:

$$\eta = \eta_g + \eta_i. \quad (61)$$

Szacunek elastyczności wzrostowej ubóstwa odbywa się, wykorzystując zależności (26) i (58), w oparciu o poniższy wzór:

$$\eta_g = \frac{P_{21} - P_{11} + P_{22} - P_{12}}{2g_{12}}. \quad (62)$$

Natomiast szacunek elastyczności nierównościowej ubóstwa odbywa się, wykorzystując zależności (27) i (59), na podstawie następującej formuły:

$$\eta_i = \frac{P_{12} - P_{11} + P_{22} - P_{21}}{2g_{12}}. \quad (63)$$

Szacując indeks ubóstwa P_{21} operujemy wektorem dochodów gospodarstw domowych (rozkładem dochodów gospodarstw domowych) z początku okresu korygując linię ubóstwa z tego okresu ze względu na zmiany średnich dochodów pomiędzy okresem końcowym i okresem początkowym, co jest tożsame z przyjęciem poziomu dochodów z okresu końcowego²¹. Korekta ta ma różną postać w zależności od tego, czy obliczamy indeks wzrostu sprzyjającego ubogim w sensie relatywnym mocnym, czy też w sensie relatywnym słabym.

²¹ Alternatywnie możemy korygować poziom dochodów jednostek z początku okresu ze względu na zmiany średnich dochodów gospodarstw domowych pomiędzy okresem końcowym i okresem początkowym.

Skorygowana granica ubóstwa w ujęciu relatywnym słabym ($z^{k_{21}}$) obliczana jest według poniższej formuły:

$$z^{k_{21}} = z \cdot \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad (64)$$

a w ujęciu relatywnym mocnym według wzoru:

$$z^{*k_{21}} = z + (\mu_2 - \mu_1). \quad (65)$$

Obliczając indeks ubóstwa P_{12} operujemy wektorem dochodów gospodarstw domowych (rozkładem dochodów gospodarstw domowych) z okresu końcowego korygując linię ubóstwa z tego okresu ze względu na zmiany średnich dochodów pomiędzy okresem końcowym i okresem początkowym, czyli przyjmując poziom dochodów jednostek z okresu początkowego²².

W ujęciu relatywnym słabym skorygowana linia ubóstwa ($z^{k_{12}}$) jest uzyskiwana według poniższej formuły:

$$z^{k_{12}} = z \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (66)$$

a w ujęciu relatywnym mocnym według wzoru:

$$z^{*k_{12}} = z - (\mu_2 - \mu_1). \quad (67)$$

²² Alternatywnie możemy korygować poziom dochodów jednostek z końca okresu ze względu na zmiany przeciętnych dochodów gospodarstw domowych pomiędzy okresem początkowym i okresem końcowy.

Przedstawiony powyżej algorytm szacunku elastyczności nierównościowej ubóstwa ma różną postać w zależności od tego czy stosujemy podejście relatywne słabe czy też podejście relatywne mocne. Stanowi on modyfikację w tym zakresie propozycji N. Kakwaniego i W. Son (2008), którzy szacując wskaźnik PPGI stosują różne algorytmy obliczeń elastyczności wzrostowej ubóstwa w podejściu relatywnym słabym i w podejściu relatywnym mocnym i ten sam algorytm obliczeń relatywnej elastyczności nierównościowej ubóstwa w obu podejściach. Oznacza to, że ich sposób szacunku wskaźnika PPGI w podejściu relatywnym mocnym nie jest w pełni prawidłowy.

Szacunek indeksów wzrostu sprzyjającego ubogim PEGR przebiegał według wzoru (32), odpowiednio wykorzystując wskaźnik PPGI w ujęciu relatywnym słabym oraz wskaźnik PPGI* w ujęciu relatywnym mocnym. Dla rozróżnienia pomiędzy indeksami wzrostu sprzyjającego ubogim w sensie relatywnym słabym i w sensie relatywnym mocnym ten drugi oznaczamy jako PEGR*.

7.2. Charakter wzrostu

Analizowany w badaniu okres oceny charakteru wzrostu 2005-2015 został podzielony na podokresy uwzględniając sześć ostatnich rund badania Diagnoza Społeczna przeprowadzonych w latach 2005, 2007, 2009, 2011, 2013 i 2015. Pomimo, że w ocenie charakteru wzrostu bazującym na aksjomacie anonimowości nie musimy obserwować w analizowanych latach tych samych gospodarstw domowych w opracowaniu poddano obserwacji dochody tych samych gospodarstw domowych w wyróżnionych podokresach, tj. w latach 2005-2007, 2007-2009, 2009-2011, 2011-2013, 2013-2015 oraz dodatkowo w pierwszej i ostatniej rundzie badania (2005-2015). Pozwala to wyeliminować niepożądany wpływ na uzyskiwane wyniki pomiaru różnych próbek gospodarstw domowych w okresach początkowym i końcowym wyróżnionych podokresów badawczych.

W analizach zmian ubóstwa i niedostatku zastosowano dekomponowane indeksy ubóstwa klasy FGT²³. Zrezygnowano z obliczeń indeksu Wattsa gdyż wymaga on operowania wyłącznie nieujemnymi wartościami dochodów gospodarstw domowych, a wśród wielkości przeciętnych miesięcznych dochodów gospodarstw domowych znajdujących się w wykorzystanym w obliczeniach zbiorze danych występowały także dochody ujemne (przede wszystkim w gospodarstwach domowych rolników, na których dochody ma duży wpływ czynnik sezonowości).

7.2.1. Podejście relatywne słabe

Przeciętne miesięczne dochody ekwiwalentne, w ujęciu realnym, gospodarstw domowych w Polsce wzrosły w latach 2005-2015 o 492 zł. (tabl. 1). Spośród wyróżnionych w badaniu podokresów tylko w latach 2011-2013 obserwujemy spadek tych dochodów o 22 zł (o niecałe 2 proc.), co jest wynikiem spowolnienia wzrostu gospodarczego w Polsce w tym okresie. Szczególnie znaczący wzrost dochodów realnych gospodarstw domowych nastąpił w latach 2007-2009 oraz 2013-2015 – odpowiednio o 191 zł. (o około 18 proc.) i o 174 zł. (o około 13 proc.).

Ocena zmian przeciętnych miesięcznych dochodów ekwiwalentnych (w ujęciu realnym) gospodarstw domowych ubogich zależy w dużym stopniu od przyjętej granicy ubóstwa. Przeciętne dochody gospodarstw domowych żyjących w skrajnym ubóstwie wzrosły w latach 2005-2015 o 5 zł (tabl. 1) (o ponad 3 proc.), czyli podobnie jak dla całej badanej populacji gospodarstw domowych), a gospodarstw domowych żyjących w niedostatku o 13 zł (o ponad 2 proc.) (tabl. 2).

²³ Indeksy te, o czym już wspomniano (por. rozdz. 4.2), nie spełniają aksjomatu o monotoniczności a stopa ubóstwa dodatkowo aksjomatu o transferze. W efekcie kierunek zmian wskaźnika PEGR nie zawsze musi być zgodny z kierunkiem zmian ubóstwa.

W latach 2005-2015 obserwujemy dwa podokresy spadku przeciętnych dochodów gospodarstw domowych skrajnie ubogich (2009-2011 i 2011-2013, tabl. 1) oraz trzy podokresy spadku tych dochodów w przypadku gospodarstw domowych żyjących w niedostatku (dodatkowo podokres 2005-2007, tabl. 2).

Tabela 1. Zmiany przeciętnych realnych miesięcznych ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych oraz wartości indeksów ubóstwa w Polsce w latach 2005-2015. Skrajnie ubóstwo.

Lata	Zmiany przeciętnych dochodów w zł $\mu_2 - \mu_1$	Zmiany przeciętnych dochodów ubogich w zł $\mu_2^u - \mu_1^u$	Indeksy ubóstwa · 100 ($t=2$)-($t=1$)		
			H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}
2005-2007	8	10	0,89	0,00	0,00
2007-2009	191	22	-4,58	-1,35	-0,57
2009-2011	52	-18	-0,34	0,08	0,08
2011-2013	-22	-2	0,66	0,19	0,10
2013-2015	174	16	-1,90	-0,62	-0,27
2005-2015	492	5	-4,63	-1,29	-0,49

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 2. Zmiany przeciętnych realnych miesięcznych ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych oraz wartości indeksów ubóstwa w Polsce w latach 2005-2015. Niedostatek.

Lata	Zmiany przeciętnych dochodów w zł $\mu_2 - \mu_1$	Zmiany przeciętnych dochodów ubogich w zł $\mu_2^u - \mu_1^u$	Indeksy ubóstwa · 100 ($t=2$)-($t=1$)		
			H_{12}	I_{12}^o	D_{12}
2005-2007	8	-18	-1,90	0,47	0,37
2007-2009	191	56	-9,80	-5,72	-3,28
2009-2011	52	-6	-5,51	-1,27	-0,44
2011-2013	-22	-18	-0,21	0,60	0,41
2013-2015	174	34	-9,93	-3,84	-1,87
2005-2015	492	13	-32,36	-10,47	-4,85

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Podobna skala wzrostu przeciętnych dochodów gospodarstw domowych skrajnie ubogich i żyjących w niedostatku w latach 2005-2015 w różnym stopniu wpłynęła na redukcję zasięgu ubóstwa w tych populacjach ubogich gospodarstw domowych (tabl. 1 i 2). Wzrost przeciętnych dochodów realnych w tym okresie gospodarstw domowych skrajnie ubogich skutkował spadkiem zasięgu skrajnego ubóstwa o prawie 5 punktów procentowych. Natomiast skala spadku zasięgu niedostatku była ponad 6 krotnie większa (spadek o ponad 32 p.p.). Znaczący spadek zasięgu skrajnego ubóstwa nastąpił wyłącznie w latach 2007-2009 i 2013-2015. Natomiast znaczącą redukcję niedostatku obserwujemy we wszystkich podokresach poza latami 2011-2013. Skala oraz kierunek zmian wielkości przeciętnych dochodów zarówno gospodarstw domowych skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku są w pełni zgodne ze skalą i kierunkiem zmian wartości indeksu głębokości ubóstwa w badanych podokresach lat 2005-2015 (tabl. 1 i 2). Kierunek zmian wielkości indeksów intensywności ubóstwa i dotkliwości ubóstwa, a także skala tych zmian są analogiczne jak wielkości indeksów zasięgu ubóstwa w badanych podokresach lat 2005-2015 ubóstwa oraz przeciętnych dochodów ubogich (tabl. 1 i 2).

Wartości całkowitej elastyczności ubóstwa (η) w ujęciu relatywnym słabym w tabelach 3 i 4 wskazują w jakim stopniu zmiany przeciętnych dochodów o 1 proc. wpłynęły na zmiany wartości indeksów w latach 2005-2015. Ponadto wskazują one o ile procent zmienia się wartości indeksów ubóstwa wyłącznie na skutek zmian nierówności rozkładu dochodów (η_i), a o ile procent z powodu zmian poziomu przeciętnych dochodów (η_g) czyli przy założeniu braku zmian nierówności dochodowych. W analizie empirycznej koncentrujemy się na ocenie wpływu zmian przeciętnych dochodów oraz nierówności dochodowych na zasięg ubóstwa.

Wzrost przeciętnych dochodów gospodarstw domowych o 1 proc. w latach 2005-2015 spowodował spadek zasięgu skrajnego ubóstwa o 0,119 proc. (tabl. 3). W spadku tym miał udział przede wszystkim czynnik wzrostu dochodów podczas gdy wpływ spadku nierówności dochodowych miał znacznie marginesowe – wzrost przeciętnych dochodów gospodarstw domowych o 1 proc. spowodował mianowicie spadek zasięgu ubóstwa o 0,109 proc. z tytułu

wzrostu przeciętnych dochodów, zakładając brak zmian nierówności dochodowych oraz 0,001 proc. z tytułu zmniejszenia się nierówności dochodowych, przy założeniu braku zmian przeciętnych dochodów.

Tabela 3. Elastyczności ubóstwa w ujęciu relatywnym słabym w Polsce w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Elastyczność ubóstwa								
	ogólna η			wzrostowa η_g			nierównościowa η_i		
	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}
2005-2007	1,1412	0,0025	-0,0041	-0,2153	-0,0671	-0,0282	1,3565	0,0696	0,0241
2007-2009	-0,2764	-0,0811	-0,0343	-0,1552	-0,0393	-0,0155	-0,1213	-0,0419	-0,0188
2009-2011	-0,0825	0,0193	0,0187	-0,1297	-0,0265	-0,0095	0,0471	0,0458	0,0282
2011-2013	-0,3812	-0,1106	-0,0596	-0,1089	-0,0275	-0,0113	-0,2722	-0,0831	-0,0482
2013-2015	-0,1515	-0,0489	-0,0215	-0,0876	-0,0207	-0,0083	-0,0639	-0,0282	-0,0132
2005-2015	-0,1189	-0,0331	-0,0127	-0,1094	-0,0322	-0,0133	-0,0096	-0,0009	0,0006

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Wzrost przeciętnych dochodów gospodarstw domowych o 1 proc. w latach 2005-2015 skutkował spadkiem zasięgu niedostatku o 0,831 proc. (tabl. 4). Tym samym spowodował on znacznie większą redukcję zasięgu niedostatku niż zasięgu skrajnego ubóstwa co oznacza, że był on korzystniejszy dla gospodarstw żyjących w niedostatku niż w skrajnym ubóstwie.

Tabela 4. Elastyczności ubóstwaw ujęciu relatywnym słabym w Polsce w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Elastyczność ubóstwa								
	ogólna η			wzrostowa η_g			nierównościowa η_i		
	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}
2005-2007	-2,4276	0,5973	0,4781	-0,7373	-0,3664	-0,1959	-1,6902	0,9637	0,6741
2007-2009	-0,5912	-0,3447	-0,1981	-0,6590	-0,2974	-0,1475	0,0678	-0,0473	-0,0506
2009-2011	-1,3545	-0,3131	-0,1079	-0,7053	-0,2504	-0,1136	-0,6492	-0,0626	0,0057
2011-2013	0,1222	-0,3465	-0,2386	-0,4721	-0,2234	-0,1068	0,5943	-0,1232	-0,1318
2013-2015	-0,7898	-0,3052	-0,1489	-0,5597	-0,1889	-0,0854	-0,2301	-0,1163	-0,0635
2005-2015	-0,8309	-0,2689	-0,1246	-0,7320	-0,2386	-0,1120	-0,0989	-0,0302	-0,0126

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Podstawowy udział w spadku zasięgu niedostatku miał, podobnie jak w spadku zasięgu skrajnego ubóstwa, czynnik wzrostu dochodów podczas gdy zmniejszenie się nierówności dochodowych miało relatywnie niewielkie znaczenie. Wzrost przeciętnych dochodów o 1 proc. skutkowało mianowicie spadkiem zasięgu niedostatku o 0,732 proc. z tytułu wzrostu przeciętnych dochodów, zakładając stałość nierówności dochodowych (w ujęciu relatywnym słabym) oraz o 0,0099 proc. z powodu zmniejszenia się nierówności dochodowych, przy założeniu braku zmian przeciętnych dochodów.

Wyłącznie w latach 2011-2013 nastąpił spadek przeciętnych dochodów gospodarstw domowych w Polsce. Spowodował on wzrost zasięgu skrajnego ubóstwa w tym podokresie (tabl. 1). Spadek przeciętnych dochodów o 1 proc. skutkowało wzrostem zasięgu skrajnego ubóstwa o 0,38 proc. Znacznie większy (ponad dwukrotnie większy) wpływ na wzrost zasięgu skrajnego ubóstwa miało przy tym zwiększenie się relatywnych nierówności dochodowych niż spadek przeciętnych dochodów przy założeniu braku zmian w rozkładzie dochodów.

Całkowita elastyczność skrajnego ubóstwa jest dodatnia wyłącznie w latach 2005-2007. Jednocześnie w okresie tym obserwujemy spadek zasięgu skrajnego ubóstwa przy dodatniej stopie wzrostu dochodów. Oznacza to, że pomimo wzrostu przeciętnych dochodów w populacji gospodarstw domowych w tym okresie nastąpił wzrost zasięgu skrajnego ubóstwa – wzrostowi przeciętnych dochodów o 1 proc. towarzyszył wzrost skrajnego ubóstwa o 1,14 proc. Przyczyną tego zjawiska było znaczące zwiększenie się relatywnych nierówności dochodowych (wzrostowi przeciętnych dochodów o 1 proc. towarzyszył wzrost zasięgu skrajnego ubóstwa o 1,36 proc. z tytułu wzrostu nierówności dochodowych), podczas gdy przy założeniu braku zmian w rozkładzie dochodów wzrost przeciętnych dochodów powoduje spadek zasięgu skrajnego ubóstwa w rozpatrywanym podokresie.

Zasięg niedostatku we wszystkich analizowanych okresach uległ, jak już wspomniano, zmniejszeniu. Czynnikiem nierównościowym miał większy wpływ na ten spadek w tych samych okresach jak w przypadku analizy skrajnego ubóstwa, tzn. w latach 2005-2007 oraz 2011-2017. W pozostałych okresach obserwujemy większy wpływ na ten spadek wartości komponentu wzrostu.

W analizie charakteru wzrostu, w ujęciu relatywnym słabym, na podstawie wartości wskaźnika PEGR i jego relacji do wielkości stopy wzrostu g_{12} , wyróżniono wzrost ściśle sprzyjający ubogim ($|PEGR| > |g_{12}|$), wzrost nieściśle sprzyjający ubogim nazywany wzrostem skapywania ($0 < PEGR < g_{12}$) oraz wzrost niesprzyjający ubogim ($PEGR < 0$) (tabl. 5, 6, 7 i 8).

Tabela 5. Stopa wzrostu przeciętnych dochodów i wskaźnik PEGR w ujęciu relatywnym słabym dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Stopa wzrostu przeciętnych dochodów g_{12}	PEGR		
		H	I^o	DU
2005-2007	0,0078	-0,0415	-0,0003	0,0011
2007-2009	0,1658	0,2954	0,3426	0,3666
2009-2011	0,0407	0,0259	-0,0297	-0,0797
2011-2013	-0,0172	-0,0601	-0,0691	-0,0903
2013-2015	0,1258	0,2175	0,2967	0,3263
2005-2015	0,3895	0,4236	0,4001	0,3719

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 6. Stopa wzrostu przeciętnych dochodów i wskaźnik PEGR w ujęciu relatywnym słabym dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek

Okresy	Stopa wzrostu przeciętnych dochodów g_{12}	PEGR		
		H	I^o	DU
2005-2007	0,0078	0,0258	-0,0128	-0,0191
2007-2009	0,1658	0,1488	0,1922	0,2228
2009-2011	0,0407	0,0782	0,0509	0,0387
2011-2013	-0,0172	0,0044	-0,0267	-0,0384
2013-2015	0,1258	0,1775	0,2031	0,2193
2005-2015	0,3895	0,4421	0,4389	0,4334

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 7. Wzorce wzrostu dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Wzrost słabo sprzyjający ubogim w sensie relatywnym słabym			Wzrost mocno sprzyjający ubogim w sensie relatywnym mocnym			Wzrost redukujący ubóstwo		
	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}
2005-2007	-	-	+	-	-	+	-	-	-
2007-2009	++	++	++	+	+	+	++	++	++
2009-2011	+	-	-	+	-	-	++	-	-
2011-2013	-	-	-	-	-	+	-	-	-
2013-2015	++	++	++	+	+	+	++	++	++
2005-2015	++	++	+	+	+	+	++	++	++

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

++ – wzrost ściśle sprzyjający ubogim

+ – wzrost nieściśle sprzyjający ubogim

-- wzrost niesprzyjający ubogim

Tabela 8. Wzorce wzrostu dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Wzrost słabo sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie relatywnym słabym			Wzrost mocno sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie relatywnym mocnym			Wzrost redukujący niedostatek		
	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}
2005-2007	++	-	-	++	-	-	++	-	-
2007-2009	+	++	++	+	+	+	++	++	++
2009-2011	++	++	+	+	+	+	++	++	++
2011-2013	++	-	-	++	+	+	++	-	-
2013-2015	++	++	++	+	+	+	++	++	++
2005-2015	++	++	++	+	+	+	++	++	++

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

++ – wzrost ściśle sprzyjający ubogim

+ – wzrost nieściśle sprzyjający ubogim

-- wzrost niesprzyjający ubogim

W sytuacji wzrostu przeciętnych dochodów gospodarstw domowych ($g_{12} > 0$) wzrost jest ściśle sprzyjający ubogim (*strictly pro-poor*) jeżeli PEGR przyjmuje wyższe wartości niż stopa wzrostu przeciętnych dochodów. Jeżeli PEGR zawiera się pomiędzy 0 i g_{12} wtedy wzrost także powoduje spadek ubóstwa ale nie jest wzrostem ściśle sprzyjającym lecz wzrostem skapywania (*trickle-down growth*) gdyż ubodzy w mniejszym stopniu korzystają z tego wzrostu niż nieubodzy. Wreszcie, gdy wartości PEGR są ujemne wzrost jest określany jako niesprzyjający ubogim.

W przypadku spadku przeciętnych dochodów PEGR jest także ujemny. Tym samym zmiany przeciętnych dochodów gospodarstw domowych są traktowane jako ściśle sprzyjające ubogim gdy $PEGR > 0$ (w przypadku spadku przeciętnych dochodów ubodzy są w mniejszym stopniu dotknięci tym spadkiem niż nieubodzy), nieściśle sprzyjający ubogim jeżeli $g_{12} < PEGR < 0$ oraz niesprzyjający ubogim gdy $PEGR < g_{12} < 0$.

W latach 2005-2015 wzrost przeciętnych dochodów gospodarstw domowych był wzrostem ściśle sprzyjającym skrajnie ubogim w ujęciu relatywnym słabym zarówno w przypadku zasięgu jak i intensywności ubóstwa (tabl. 7 i 8). Analiza charakteru wzrostu ze względu na dotkliwość ubóstwa wskazuje, że wzrost przeciętnych dochodów gospodarstw domowych miał charakter nieściśle sprzyjający ubogim, czyli ubodzy skorzystali z tego wzrostu lecz w mniejszym stopniu niż nieubodzy.

W przypadku sfery niedostatku wzrost przeciętnych dochodów gospodarstw domowych w latach 2005-2015 był wzrostem ściśle sprzyjającym żyjącym w niedostatku ze względu na wszystkie analizowane aspekty ubóstwa (tabl. 8).

Zmiany przeciętnych dochodów gospodarstw domowych miały różny charakter w badanych podokresach ze względu na różne aspekty ubóstwa. W analizie koncentrujemy się na ocenie charakteru wzrostu ze względu na zasięg ubóstwa²⁴. W latach 2011-2013, który to podokres charakteryzował się jako jedyny spadkiem przeciętnych dochodów gospodarstw domowych, recesja była niesprzyjająca skrajnie ubogim – ich przeciętne dochody spadły w ujęciu relatywnym słabym silniej niż przeciętne dochody nieubogich – ze względu na wszystkie aspekty ubóstwa. Wzrost przeciętnych dochodów był niesprzyjający ubogim w zakresie

²⁴ Dwa pozostałe aspekty ubóstwa, tj. intensywność i dotkliwość mają znaczenie drugoplanowe.

zasięgu ubóstwa (podobnie jak intensywności ubóstwa) w latach 2005-2007. Jednocześnie okazał się on sprzyjającym skrajnie ubogim pod względem dotkliwości ubóstwa.

We wszystkich wyróżnionych w badaniu podokresach, poza latami 2007-2009, wzrost był ściśle sprzyjający żyjącym w niedostatku ze względu na zasięg ubóstwa (tabl. 8). Natomiast w okresie 2007-2009 wzrost był także sprzyjający żyjącym w niedostatku ale w sensie nieściśłym – żyjący w niedostatku skorzystali z tego wzrostu lecz w mniejszym stopniu niż gospodarstwa domowe o dochodach wyższych niż minimum socjalne.

7.2.2. Podejście relatywne mocne

Współczynniki całkowitej elastyczności ubóstwa przyjmują z definicji takie same wartości w ujęciu relatywnym mocnym jak i w ujęciu relatywnym słabym. Natomiast otrzymujemy różne wartości ich komponentów (tabl. 3, 4, 9 i 10). W analizie komponentów współczynników elastyczności całkowitej ubóstwa koncentrujemy się na ocenie wpływu zmian przeciętnych dochodów na zasięg ubóstwa.

Spadek zasięgu skrajnego ubóstwa w Polsce w latach 2005-2015 był wyłącznie skutkiem wzrostu przeciętnych dochodów – wzrost przeciętnych dochodów gospodarstw domowych o 1 proc. (tabl. 9) spowodował spadek zasięgu skrajnego ubóstwa o 0,294 proc. ze względu na wzrost dochodów. Jednocześnie nastąpił wzrost nierówności dochodowych w ujęciu relatywnym mocnym, który skutkował wzrostem o 0,175 proc. zasięgu skrajnego ubóstwa. Także spadek zasięgu niedostatku w analizowanym okresie był powodowany wyłącznie czynnikiem wzrostu. Natomiast wzrost nierówności dochodowych towarzyszący wzrostowi przeciętnych dochodów skutkował wzrostem zasięgu niedostatku o 0,167 proc. przy wzroście przeciętnych dochodów o 1 proc. (tabl. 10).

Tabela 9. Elastyczności ubóstwa w ujęciu relatywnym mocnym w Polsce w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Elastyczność ubóstwa								
	ogólna η			wzrostowa η_g^*			nierównościowa η_i^*		
	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}
2005-2007	1,1412	0,0025	-0,0041	-0,5494	-0,2262	-0,1172	1,6906	0,2287	0,1131
2007-2009	-0,2764	-0,0811	-0,0343	-0,4747	-0,1623	-0,0830	0,1982	0,0812	0,0488
2009-2011	-0,0825	0,0193	0,0187	-0,4195	-0,1114	-0,0533	0,3370	0,1307	0,0720
2011-2013	-0,3812	-0,1106	-0,0596	-0,3692	-0,1255	-0,0650	-0,0119	0,0149	0,0054
2013-2015	-0,1515	-0,0489	-0,0215	-0,2695	-0,1036	-0,0577	0,1180	0,0546	0,0362
2005-2015	-0,1189	-0,0331	-0,0127	-0,2942	-0,1766	-0,1691	0,1753	0,1435	0,1564

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Tabela 10. Elastyczności ubóstw w ujęciu relatywnym mocnym w Polsce w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Elastyczność ubóstwa								
	ogólna η			wzrostowa η_g^*			nierównościowa η_i^*		
	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}	H_{12}	I_{12}^o	DU_{12}
2005-2007	-2,4276	0,5973	0,4781	-0,7865	-0,5978	-0,3999	-1,6410	1,1950	0,8780
2007-2009	-0,5912	-0,3447	-0,1981	-0,8696	-0,5475	-0,3388	0,2784	0,2028	0,1407
2009-2011	-1,3545	-0,3131	-0,1079	-1,0575	-0,4994	-0,2790	-0,2970	0,1863	0,1711
2011-2013	0,1222	-0,3465	-0,2386	-0,6100	-0,4695	-0,2758	0,7322	0,1184	0,0372
2013-2015	-0,7898	-0,3052	-0,1489	-0,9108	-0,4094	-0,2314	0,1210	0,1042	0,0825
2005-2015	-0,8309	-0,2689	-0,1246	-0,9980	-0,4512	-0,2922	0,1671	0,1823	0,1676

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Czynnik wzrostowy we wszystkich badanych podokresach przyczynił się do spadku zasięgu skrajnego ubóstwa (tabl. 9). Natomiast komponent nierównościowy wpływał na spadek zasięgu skrajnego ubóstwa wyłącznie w latach 2011-2013. W pozostałych okresach analizy wzrost nierówności dochodowych powodował, zakładając brak oddziaływania czynnika wzrostowego, wzrost zasięgu skrajnego ubóstwa.

Także analiza sfery niedostatku wskazuje, że we wszystkich badanych podokresach czynnik wzrostowy powodował redukcję niedostatku (tabl. 10). Natomiast spadek nierówności dochodowych prowadził, przy założeniu neutralności czynnika wzrostowego, do spadku zasięgu niedostatku wyłącznie w latach 2005-2007 oraz 2009-2011.

Zarówno w latach 2005-2015, jak i w wyróżnionych podokresach tych lat, wzrost nie był ściśle sprzyjający skrajnie ubogim w ujęciu relatywnym mocnym dla żadnego z badanych aspektów ubóstwa (tabl. 1 i 7). Natomiast był on wzrostem nieściśle sprzyjającym skrajnie ubogim w latach 2005-2015 dla wszystkich aspektów ubóstwa. skrajnie ubodzy korzystali z tego wzrostu w mniejszym stopniu niż nieubodzy. Analiza charakteru wzrostu ze względu na zasięg skrajnego ubóstwa dla wyodrębnionych okresów wskazuje, że był on niesprzyjający skrajnie ubogim w latach 2005-2007 oraz 2011-2013.

Tabela 11. Stopa wzrostu przeciętnych dochodów i wskaźnik PEGR w ujęciu relatywnym mocnym dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo

Okresy	Stopa wzrostu przeciętnych dochodów g_{12}	PEGR*		
		H	I ^o	DU
2005-2007	0,0078	-0,0163	-0,0001	0,0027
2007-2009	0,1658	0,0966	0,0829	0,0684
2009-2011	0,0407	0,0080	-0,0070	-0,0142
2011-2013	-0,0172	-0,0178	-0,0151	-0,0158
2013-2015	0,1258	0,0707	0,0594	0,0469
2005-2015	0,3895	0,1574	0,0729	0,0292

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Wzrost w latach 2005-2015 był wzrostem nieściśle sprzyjającym gospodarstwom domowym żyjącym w niedostatku w ujęciu relatywnym mocnym, tak jak gospodarstwom domowym skrajnie ubogim, dla wszystkich analizowanych aspektów ubóstwa (tabl. 8 i 12). Jednakże w latach 2005-2007 oraz 2011-2013 okazał się on wzrostem ściśle sprzyjającym żyjącym w niedostatku ze względu na zasięg ubóstwa.

Analiza porównawcza charakteru wzrostu ze względu na różne, przyjęte w badaniu, definicje wzrostu sprzyjającego ubogim wskazuje zgodność ocen tego charakteru wyłącznie w przypadku wzrostu nie sprzyjającego skrajnie ubogim (tabl. 7), tj. w latach 2005-2007 i 2011-2013. Były one przy tym zgodne dla wszystkich aspektów ubóstwa. Natomiast w przypadku gospodarstw domowych żyjących w niedostatku oceny charakteru wzrostu były zgodne według wszystkich podejść w okresach wzrostu ściśle sprzyjającego ubogim w zakresie zasięgu ubóstwa, tj. także w latach 2005-2007 i 2011-2013 (tabl. 8). Ponadto oceny te okazały się także zgodne w przypadku intensywności i dotkliwości ubóstwa w latach 2005-2007, w którym to okresie wzrost nie był sprzyjający dla gospodarstw domowych żyjących w niedostatku.

Tabela 12. Stopa wzrostu przeciętnych dochodów i wskaźnik PEGR w ujęciu relatywnym mocnym dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek

Okresy	Stopa wzrostu przeciętnych dochodów g_{12}	PEGR*		
		H	I ^o	DU
2005-2007	0,0078	0,0242	-0,0078	-0,0094
2007-2009	0,1658	0,1127	0,1044	0,0967
2009-2011	0,0407	0,0521	0,0255	0,0157
2011-2013	-0,0172	0,0034	-0,0128	-0,0149
2013-2015	0,1258	0,1090	0,0937	0,0809
2005-2015	0,3895	0,3243	0,2321	0,1661

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

8. Ocena charakteru wzrostu w Polsce w latach 2005-2015 bazująca na anonimowości i podejściu częściowym

Analizowany okres 2005-2015 został podzielony, podobnie jak w podejściu pełnym na podokresy co pozwoliło na obserwacje zmian dochodów w wyróżnionych podokresach tych samych gospodarstw domowych.

Krzywa GIC w całym badanym okresie 2005-2015 nie leży powyżej zera dla wszystkich kwantyli gospodarstw domowych aż do kwantyla odpowiadającego odsetkowi skrajnie ubogich ($p=0,0692$) (rys. 1). Oznacza to, że dla oceny charakteru wzrostu musimy skorzystać ze wskazań wskaźnika RPPG₂. Wartość tego wskaźnika jest większa, tak dla skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku, nie tylko od 0 ale także od średniej z kwantylowych stóp wzrostu dla całej populacji $\overline{g_{12}(p)}$ (tabl. 13 i 15). Oznacza to, że wzrost w tym okresie był sprzyjający skrajnie ubogim oraz żyjącym w niedostatku zarówno w ujęciu absolutnym jak i w ujęciu relatywnym.

Tabela 13. Stopa wzrostu dochodów i wskaźnik RPPG₂ dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Stopy wzrostu dochodów		RPPG ₂
	$\overline{g_{12}(p)}$	g'_{12}	
2005-2007	-0,0045	0,0079	-0,0092
2007-2009	0,2068	0,1804	0,3750
2009-2011	0,0527	0,0415	0,0036
2011-2013	-0,0232	-0,0170	-0,0670
2013-2015	0,1710	0,1340	0,3433
2005-2015	0,5408	0,4762	0,7416

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 14. Wzorce rozwoju dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Rozwój sprzyjający ubogim w sensie relatywnym	Rozwój sprzyjający ubogim w sensie absolutnym
	$RPPG_2 > \overline{g_{12}(p)}$	$RPPG_2 > 0$
2005-2007	-	-
2007-2009	+	+
2009-2011	-	+
2011-2013	-	-
2013-2015	+	+
2005-2015	+	+

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 15. Stopy wzrostu dochodów i wskaźnik RPPG₂ dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Stopy wzrostu dochodów		RPPG ₂
	$\overline{g_{12}(p)}$	$\overline{g'_{12}}$	
2005-2007	-0,0045	0,0079	-0,0201
2007-2009	0,2068	0,1804	0,2446
2009-2011	0,0527	0,0415	0,0507
2011-2013	-0,0234	-0,0170	-0,0409
2013-2015	0,1710	0,1340	0,2446
2005-2015	0,5408	0,4762	0,5992

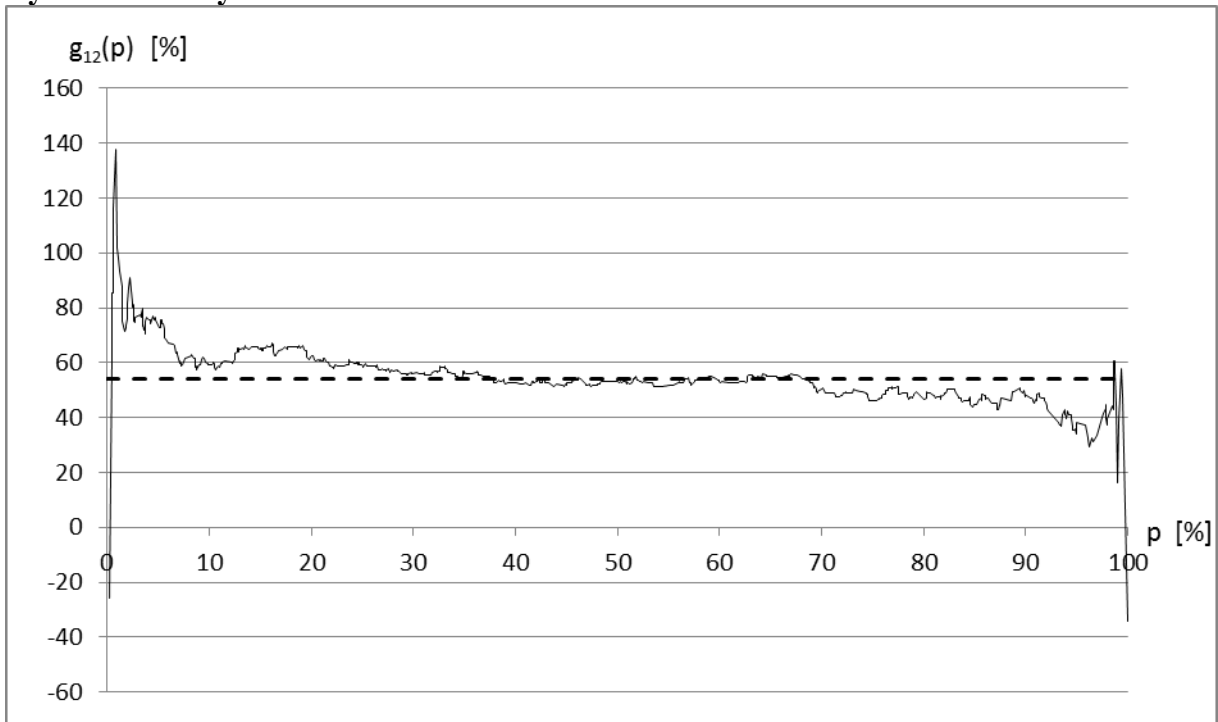
Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 16. Wzorce rozwoju dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Rozwój sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie relatywnym	Rozwój sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie absolutnym
	$RPPG_2 > \overline{g_{12}(p)}$	$RPPG_2 > 0$
2005-2007	-	-
2007-2009	+	+
2009-2011	-	+
2011-2013	-	-
2013-2015	+	+
2005-2015	+	+

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

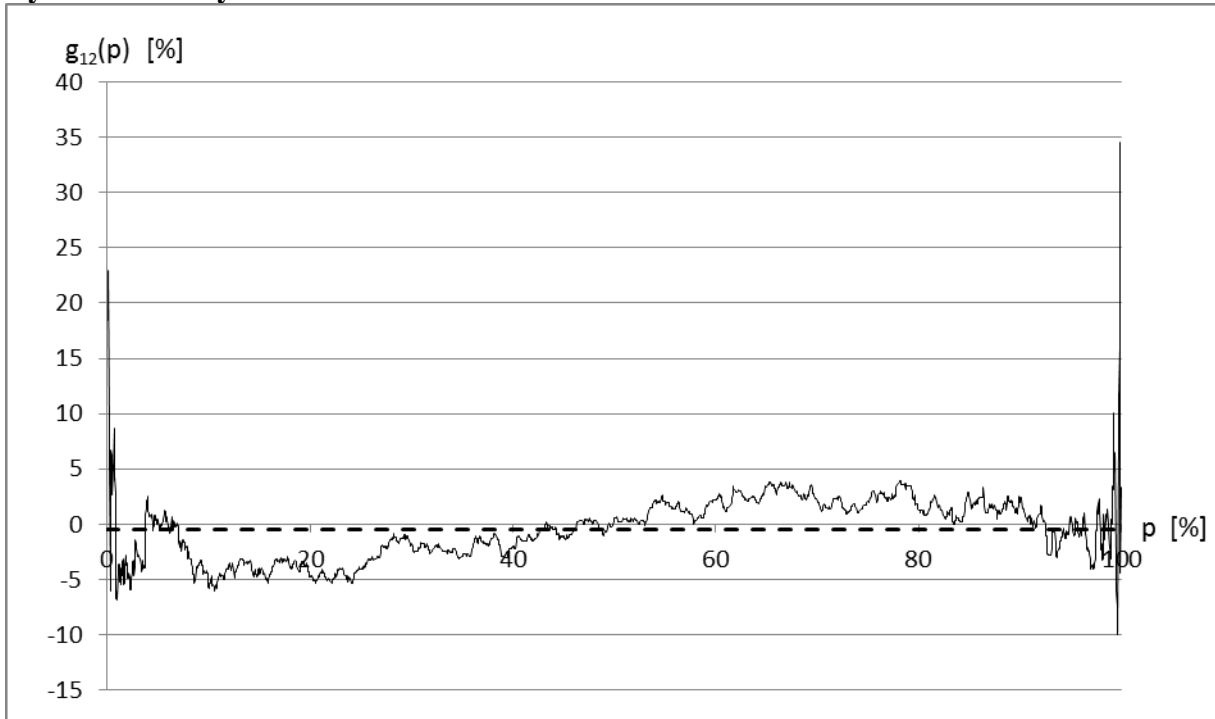
Rysunek 1. Krzywa GIC dla Polski w latach 2005 – 2015.



- - - - - średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

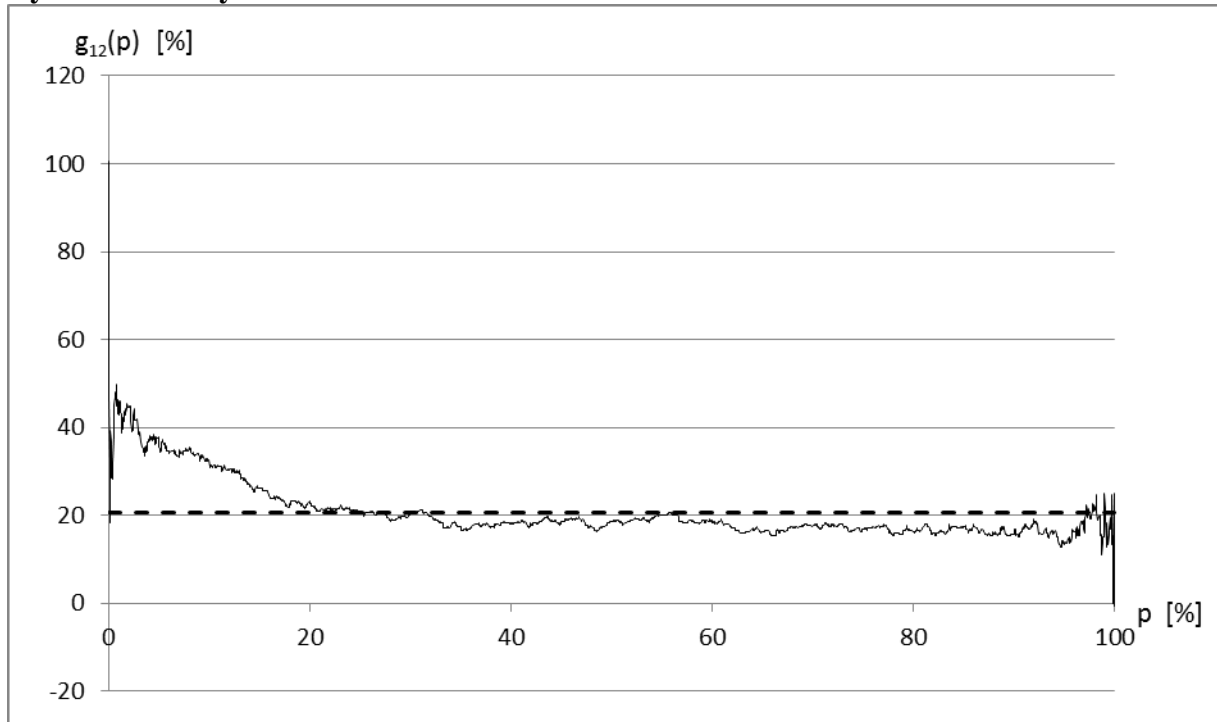
Rysunek 2. Krzywa GIC dla Polski w latach 2005 – 2007.



- - - - średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

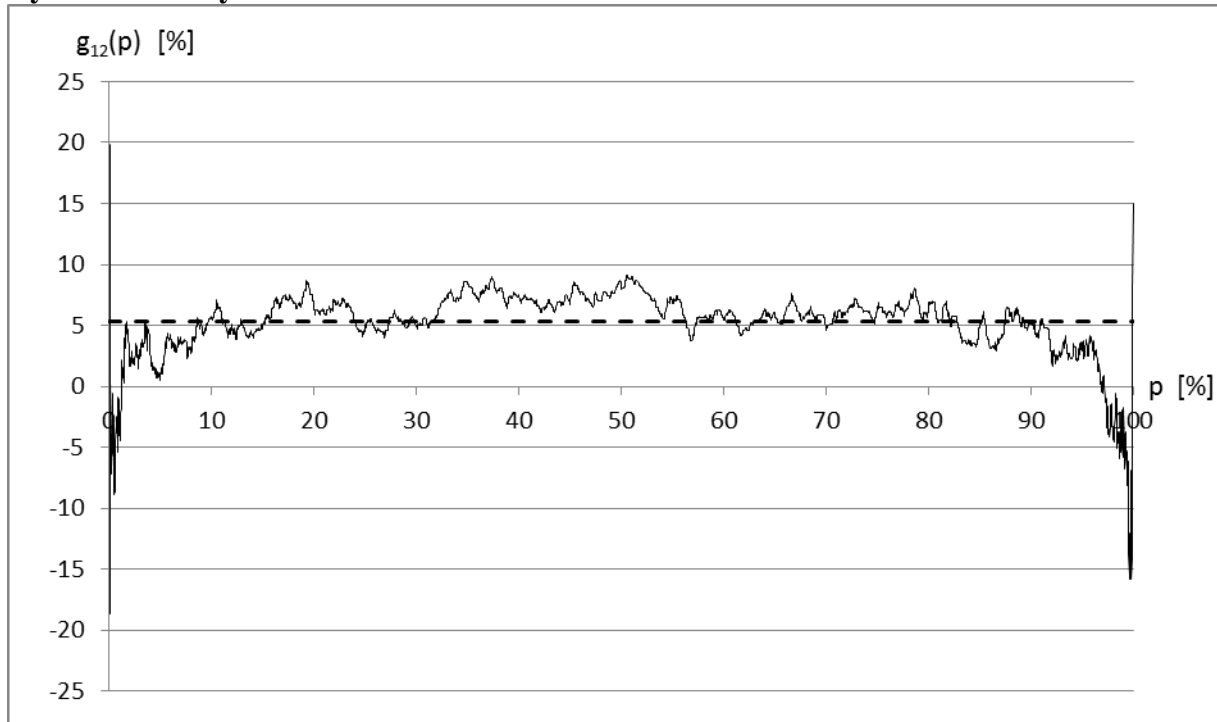
Rysunek 3. Krzywa GIC dla Polski w latach 2007 – 2009.



----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

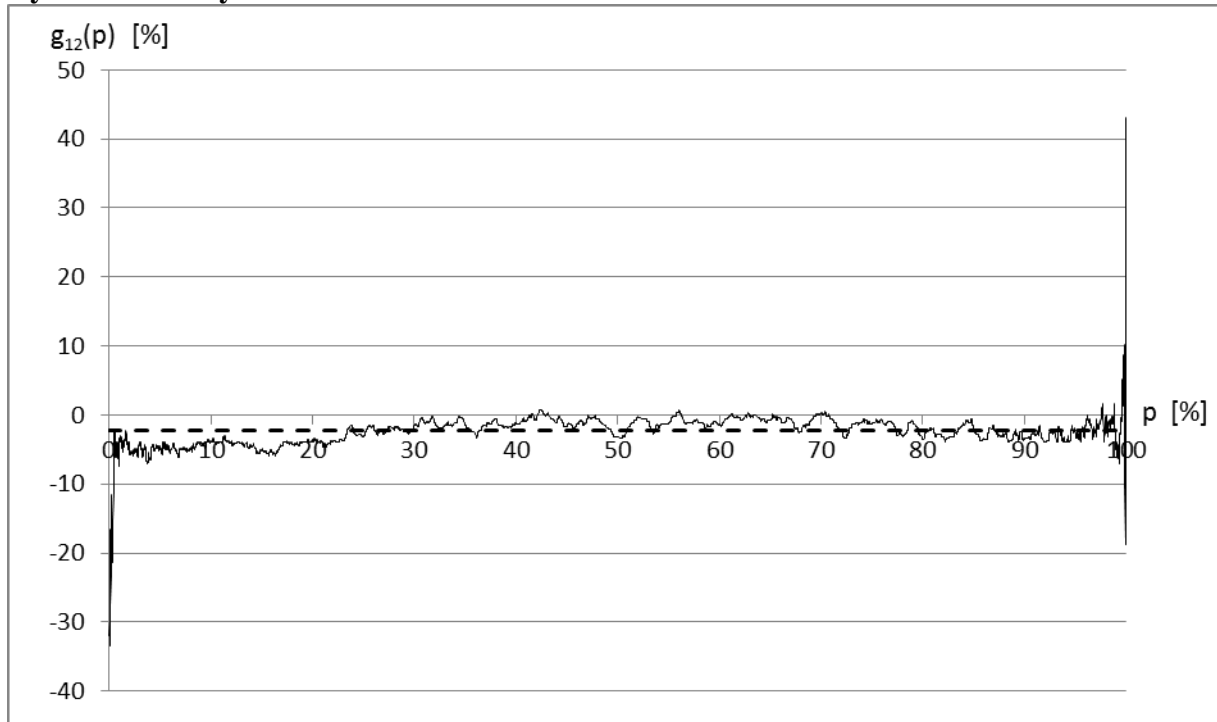
Rysunek 4. Krzywa GIC dla Polski w latach 2009 – 2011.



----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p)}$.

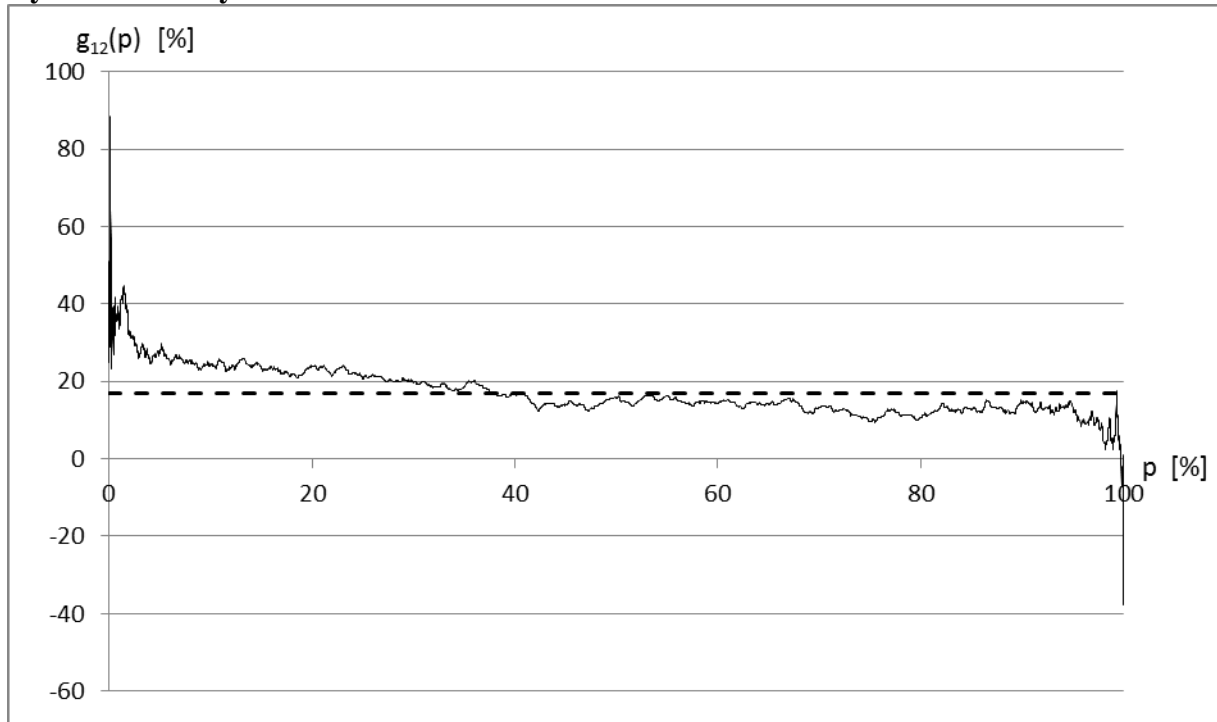
Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Rysunek 5. Krzywa GIC dla Polski w latach 2011 – 2013.



----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Rysunek 6. Krzywa GIC dla Polski w latach 2013 – 2015.

----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Wśród wyróżnionych w badaniu podokresów wzrost okazał się sprzyjający, zarówno w sensie absolutnym jak i w sensie relatywnym, tak skrajnie ubogim jak i żyjącym w niedostatku w okresach najszybszego wzrostu przeciętnych dochodów oraz spadku zasięgu skrajnego ubóstwa i niedostatku, tj. w latach 2007-2009 oraz 2013-2015. W latach 2013-2015 krzywa GIC leży powyżej linii poziomej wyznaczonej przez średnią z kwantylowych stóp wzrostu dochodów $\overline{g_{12}(p)}$ dla wszystkich kwantyli gospodarstw domowych aż do kwantyla odpowiadającego granicy niedostatku w wyjściowym roku tego podokresu ($p=0,3077$) (rys. 6). Sytuacja ta znajduje także odzwierciedlenie w wyższych wartościach wskaźników

RPPG₂ dla skrajnie ubogich i żyjących w niedostatku od średniej z kwantylowych stóp wzrostu dochodów dla całej populacji w tym podokresie (tabl. 13 i 15).

W latach 2007-2009 krzywa GIC leży powyżej 0 zarówno dla wszystkich kwantyli gospodarstw domowych aż do kwantyla odpowiadającego granicy niedostatku dla roku 2007 ($p=0,4774$) (rys. 3). Nie leży ona natomiast powyżej linii prostej wyznaczonej przez średnią z kwantylowych stóp wzrostu powyżej $\overline{g_{12}(p)}$ dla wszystkich kwantyli aż do kwantyla odpowiadającego granicy niedostatku ($p=0,4774$) w 2007 r., chociaż leży powyżej tej prostej dla wszystkich kwantyli gospodarstw domowych aż do kwantyla odpowiadającego granicy skrajnego ubóstwa ($p=0,0779$). Tym samym dla określenia charakteru wzrostu w ujęciu relatywnym dla żyjących w niedostatku korzystamy ze wskazań wskaźnika RPPG₂, którego wartość jest większa od średniej z kwantylowych stóp wzrostu dla całej populacji (tabl. 15) – wzrost jest w ujęciu relatywnym sprzyjający zarówno skrajnie ubogim jak i żyjącym w niedostatku.

W latach 2005-2007 oraz 2011-2013 krzywa GIC nie leży powyżej wartości 0 dla wszystkich kwantyli gospodarstw domowych aż do kwantyla odpowiadającego granicy skrajnego ubóstwa, a tym samym także niedostatku w początkowych latach tych podokresów (prówe odpowiednio 0,0857 i 0,0333 dla skrajnego ubóstwa oraz 0,5595 i 0,3176 dla niedostatku) (rys. 2 i 4). Tym samym dla oceny charakteru wzrostu (a w zasadzie charakteru zmian średnich dochodów gdyż stopa wzrostu przeciętnych dochodów g_{12} dla lat 2011-2013 przyjmuje wartość mniejszą od 0) należy skorzystać ze wskazań wskaźnika RPPG₂. Wartości tego wskaźnika są mniejsze od 0 w obu badanych podokresach zarówno dla analizy skrajnego ubóstwa jak i niedostatku. Oznacza to, że wzrost dochodów w latach 2005-2007 oraz ich spadek w latach 2011-2013 były niesprzyjające skrajnie ubogim oraz żyjącym w niedostatku w ujęciu absolutnym. Ponadto wartości RPPG₂ (zarówno dla skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku) są w latach 2011-2013 niższe niż średnia z kwantylowych stóp wzrostu

$\overline{g_{12}(p)}$ co wskazuje, że zmiany dochodów w tym okresie były niekorzystne dla ubogich, podobnie jak w latach 2005-2007, w ujęciu relatywnym.

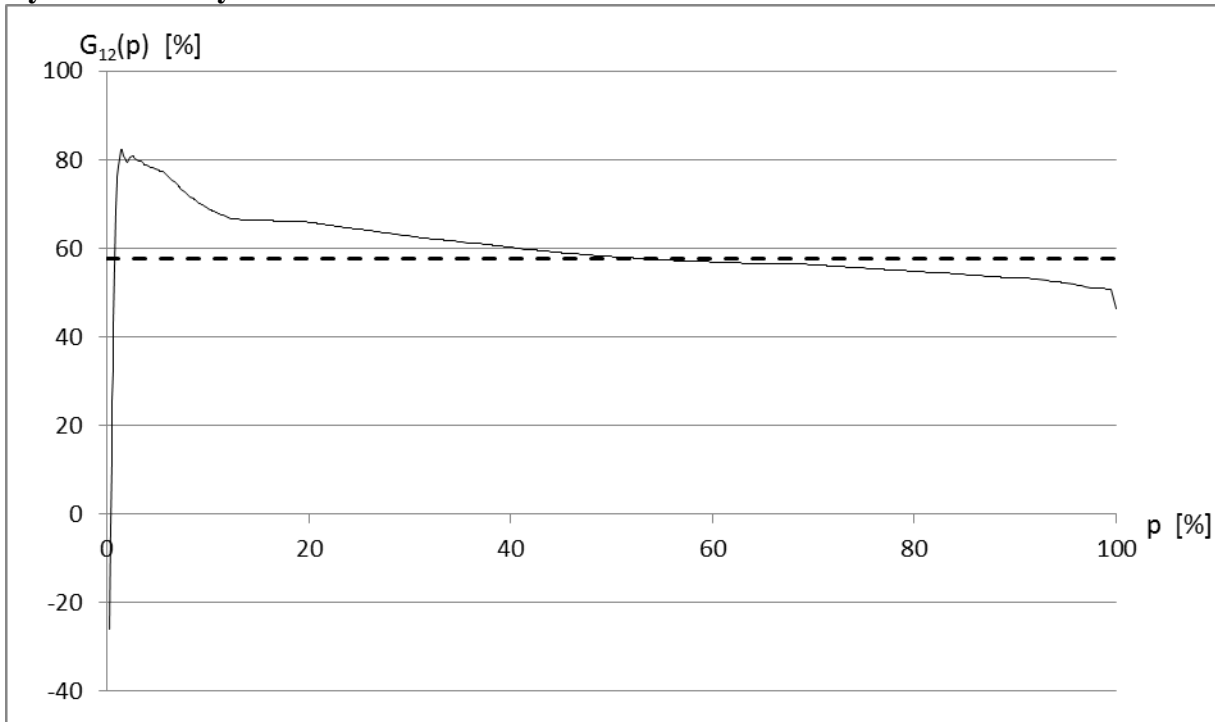
W latach 2009-2011, tak jak w dwóch poprzednio analizowanych podokresach, krzywa GIC zmieniała znak dla kwantyli gospodarstw domowych mniejszych od zarówno kwantyla odpowiadającego granicy skrajnego ubóstwa w 2009 r. ($p=0,0355$) jak i kwantyla równego granicy niedostatku w tym roku ($p=0,3786$) (rys. 4). Wartość wskaźnika RPPG₂ była jednak mniejsza dla tego podokresu zarówno w analizie skrajnego ubóstwa jak i niedostatku od $\overline{g_{12}(p)}$ (tabl. 13 i 15) co wskazuje że wzrost w tym okresie sprzyjał skrajnie ubogim i żyjącym w niedostatku w sensie absolutnym ale nie sprzyjał im w ujęciu relatywnym. Wzorce rozwoju w Polsce w latach 2005-2015 określone na podstawie wyników przedstawionej wyżej analizy zostały zdefiniowane w tabelach 14 i 16.

Krzywa PGC nie leży w całym badanym okresie (2005-2015) powyżej 0 dla wszystkich kwantyli gospodarstw domowych aż do kwantyla odpowiadającego odsetkowi skrajnie ubogich w 2005 r. ($p=0,86$) (rys. 7). Jednakże ponieważ wartość wskaźnika CRPPG₂ jest, zarówno dla żyjących w skrajnym ubóstwie jak i żyjących w niedostatku, większa niż średnia z stóp wzrostu grup kwantylowych dla całej populacji $\overline{G_{12}(p)}$ (tabl. 17 i 19) wzrost jest sprzyjający ubogim w obu ujęciach, tzn. w ujęciu absolutnym i w ujęciu relatywnym.

W latach 2007-2009 oraz 2013-2015, które charakteryzowały się relatywnie największym wzrostem przeciętnych dochodów, krzywa PGC leży nie tylko powyżej 0 ale również powyżej linii poziomej wyznaczonej przez średnią ze stóp wzrostu grup kwantylowych dla wszystkich kwantyli badanej populacji gospodarstw domowych (rys. 9 i 12). Także wartości wskaźnika CRPPG₂

CRPPG₂ są wyższe niż odpowiadające im wartości $\overline{G_{12}(p)}$ dla całej populacji (tabl. 17 i 19) – wzrost był sprzyjający ubogim nie tylko w ujęciu absolutnym ale także w ujęciu relatywnym w tych okresach.

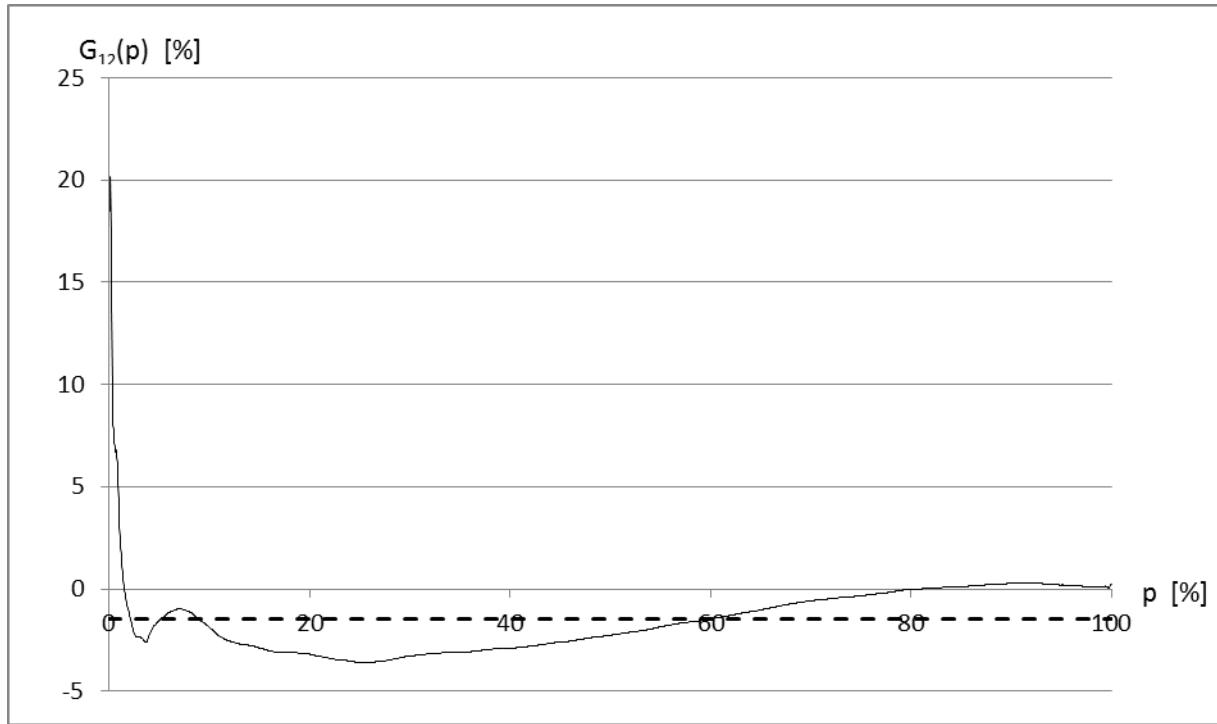
Rysunek 7. Krzywa PGC dla Polski w latach 2005 – 2015.



- - - - - średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

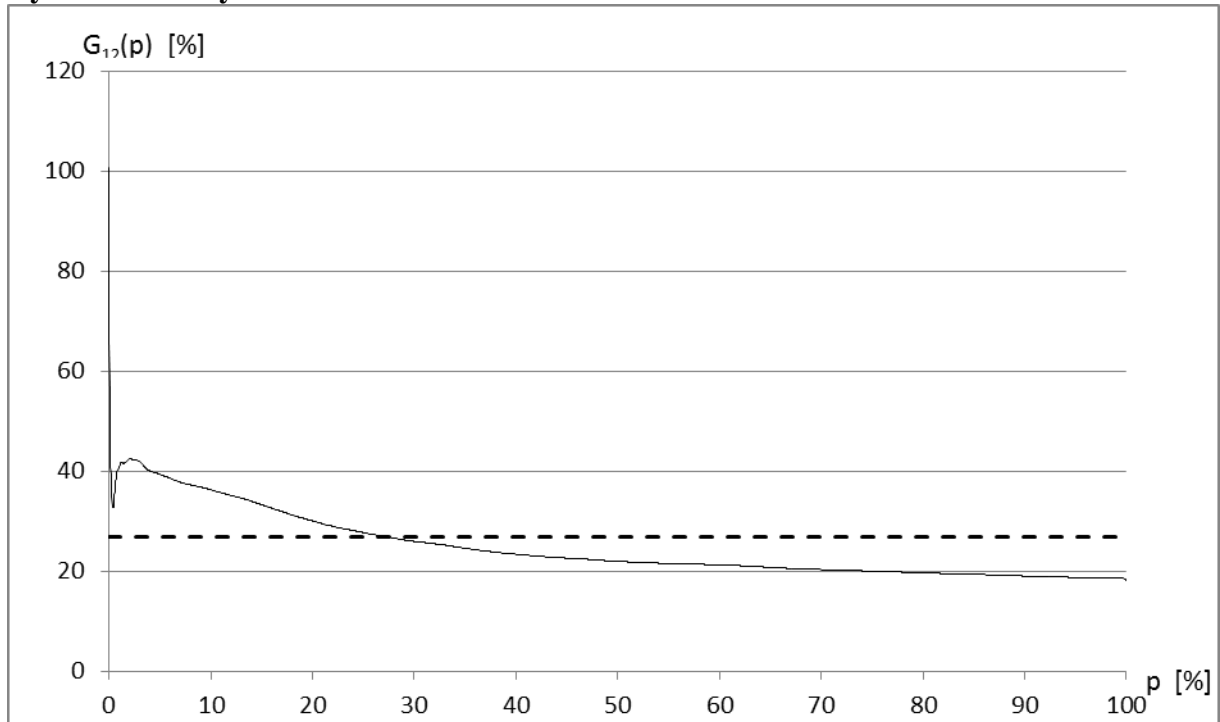
Rysunek 8. Krzywa PGC dla Polski w latach 2005 – 2007.



----- średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

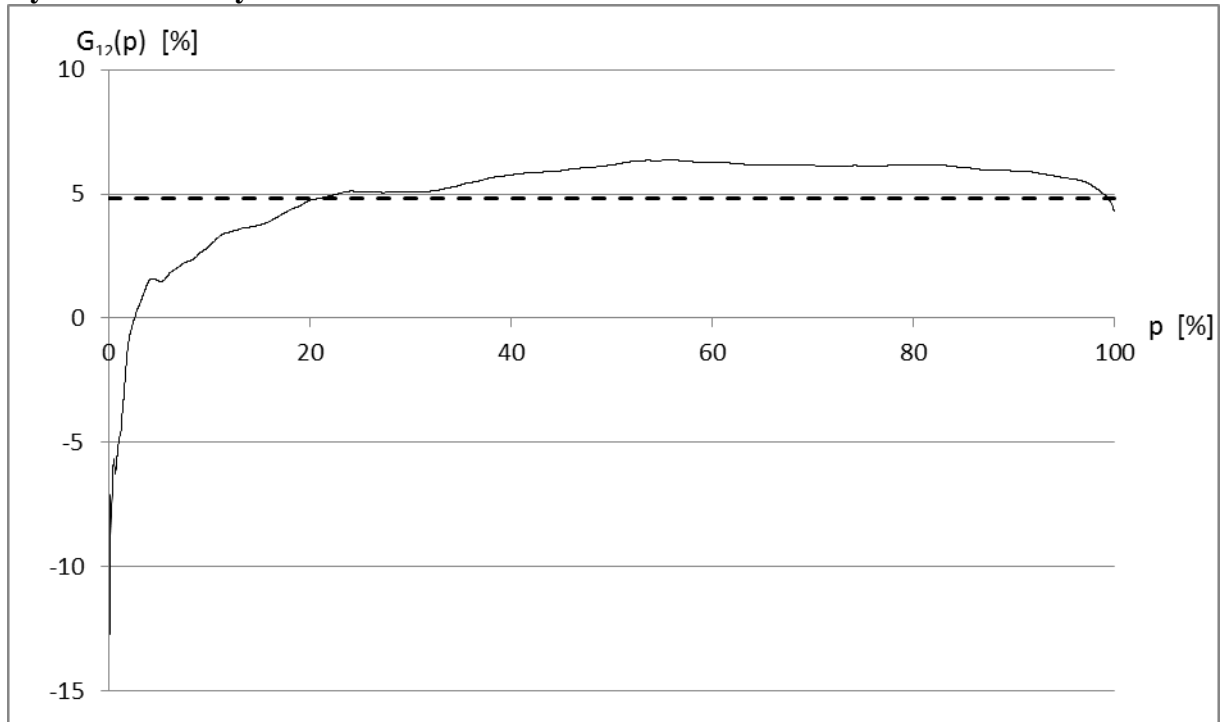
Rysunek 9. Krzywa PGC dla Polski w latach 2007 – 2009.



----- średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

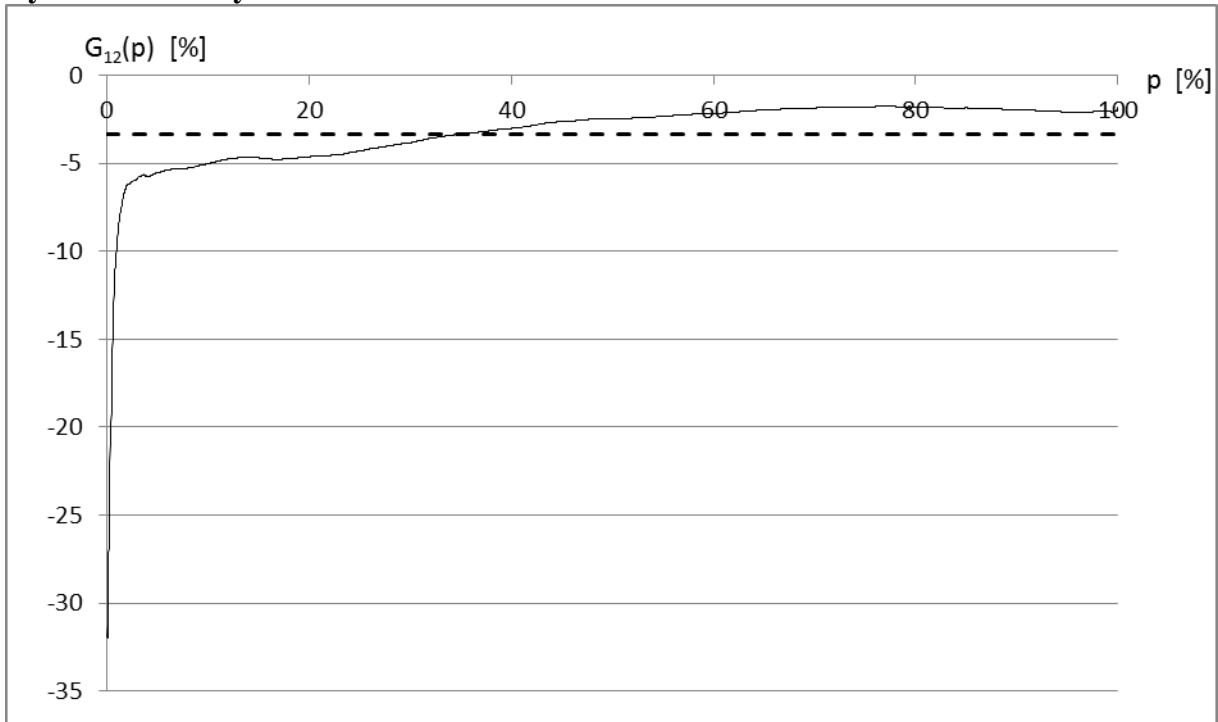
Rysunek 10. Krzywa PGC dla Polski w latach 2009 – 2011.



----- średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G_{12}(p)}$.

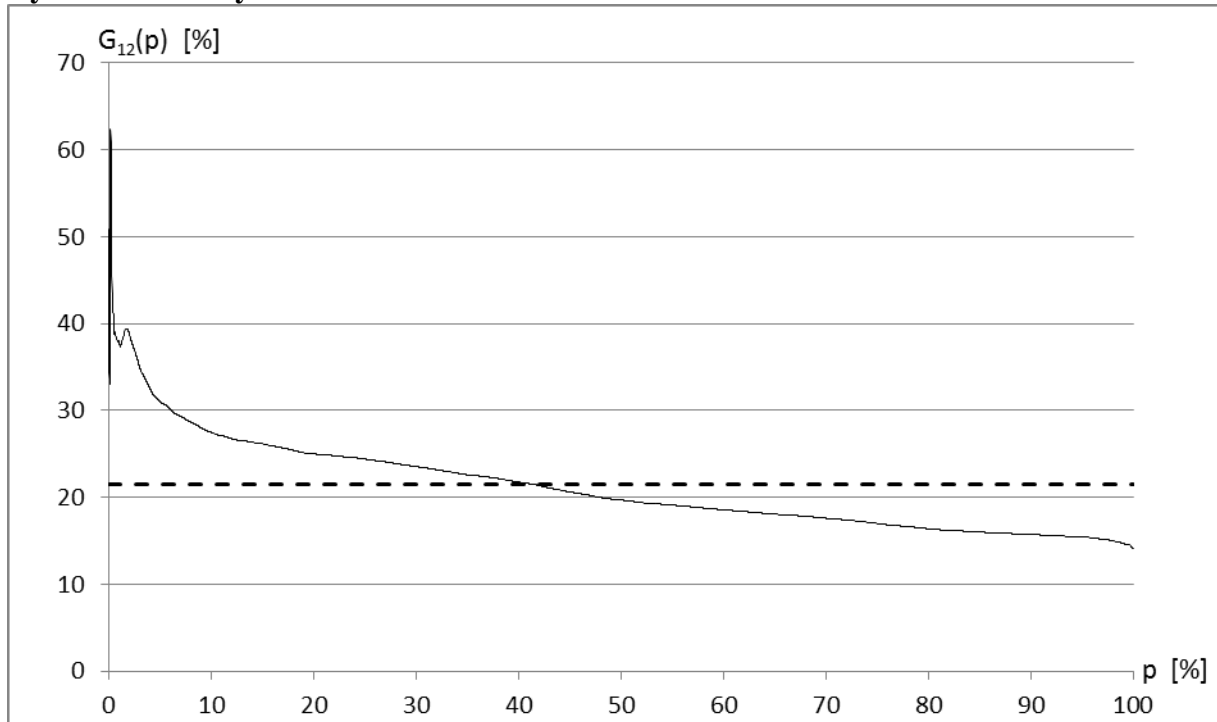
Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Rysunek 11. Krzywa PGC dla Polski w latach 2011 – 2013.



----- średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Rysunek 12. Krzywa PGC dla Polski w latach 2013 – 2015.

----- średnia zestóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G_{12}(p)}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

W okresie największego spadku przeciętnych dochodów (2011-2013) krzywa CRPPG leży poniżej 0 dla wszystkich kwantyli co oznacza, że zmiany przeciętnych dochodów nie były korzystne dla ubogich i żyjących w niedostatku w ujęciu absolutnym (rys. 11). Jednocześnie wartości wskaźnika CRPPG₂ są niższe zarówno dla skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku od $\overline{G_{12}(p)}$ dla całej populacji (tabl. 17 i 19) co oznacza, że dla obu podpopulacji ubogich spadek dochodów był niekorzystny w ujęciu relatywnym – stracili w jego wyniku bardziej niż nieubodzy.

W latach nieznacznego wzrostu przeciętnych dochodów gospodarstw domowych (2005-2007) krzywa PGC zmieniała znak zarówno w obszarze dla kwantyli odnoszących się skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku (rys. 8), co wskazuje, że nie można na podstawie jej przebiegu wnioskować o charakterze wzrostu. Wartość wskaźnika CRPPG₂ jest mniejsza od 0 dla obu wyróżnionych w badaniu podpopulacji ubogich – wzrost nie jest sprzyjający tak skrajnie ubogim jak i żyjącym w niedostatku w sensie absolutnym (tabl. 17 i 19). Nie jest także sprzyjający żyjącym w niedostatku w ujęciu relatywnym gdyż wartość odpowiedniego wskaźnika CRPPG₂ jest mniejsza dla podpopulacji ubogich niż $\overline{G_{12}(p)}$ dla całej populacji. Natomiast wzrost ten okazał się sprzyjający skrajnie ubogim w sensie relatywnym (CRPPG₂ dla skrajnie ubogich przyjmuje wyższą wartość niż $\overline{G_{12}(p)}$ dla całej populacji). Wynika to z faktu, że gdy średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych dla wszystkich kwantyli rozkładu dochodów w całej populacji jest mniejsza od 0 ($\overline{G_{12}(p)} < 0$), czyli wystąpił spadek średniej wartości skumulowanych dochodów całej populacji gospodarstw domowych i jednocześnie spadek ten jest mniejszy dla gospodarstw domowych ubogich to wzrost jest sprzyjający ubogim – tracą oni mniej, biorąc pod uwagę skumulowane dochody kwantylowe, niż nieubodzy.

W okresie nieznacznego wzrostu przeciętnych dochodów (2009-2011) krzywa PGC nie leży powyżej 0 dla wszystkich kwantyli gospodarstw domowych zarówno należących do podpopulacji skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku (rys. 10) – o charakterze wzrostu musimy wnioskować na podstawie wartości wskaźnika CRPPG₂. Wartości tego wskaźnika, tak dla skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku, są większe od 0 lecz mniejsze od $\overline{G(p)}$ dla całej populacji (tabl. 17 i 19). Tym samym wzrost w latach 2009-2011 był sprzyjający ubogim w sensie absolutnym lecz niesprzyjający ubogim w sensie relatywnym.

Tabela 17. Średnia ze skumulowanych stóp wzrostu dochodów i wskaźnik CRPPG₂ dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G}_{12}(p)$	CRPPG ₂
2005-2007	-0,0149	-0,0002
2007-2009	0,2684	0,3948
2009-2011	0,0481	-0,0252
2011-2013	-0,0332	-0,0981
2013-2015	0,2150	0,3807
2005-2015	0,5779	0,7106

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 18. Wzorce rozwoju dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Rozwój sprzyjający ubogim w sensie relatywnym $RPPG_2 > \overline{g}_{12}(p)$	Rozwój sprzyjający ubogim w sensie absolutnym $CRPPG_2 > 0$
2005-2007	+	-
2007-2009	+	+
2009-2011	-	+
2011-2013	-	-
2013-2015	+	+
2005-2015	+	+

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 19. Średnia ze skumulowanych stóp wzrostu dochodów i wskaźnik CRPPG₂ dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Średnia ze stóp wzrostu grup kwantylowych $\overline{G}_{12}(p)$	CRPPG ₂
2005-2007	-0,0149	-0,0241
2007-2009	0,2684	0,2980
2009-2011	0,0481	0,0352
2011-2013	-0,0332	-0,0525
2013-2015	0,2150	0,2755
2005-2015	0,5779	0,6435

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 20. Wzorce rozwoju dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Rozwój sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie relatywnym $RPPG_2 > g_{12}(p)$	Rozwój sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie absolutnym $CRPPG_2 > 0$
2005-2007	-	-
2007-2009	+	+
2009-2011	-	+
2011-2013	-	-
2013-2015	+	+
2005-2015	+	+

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

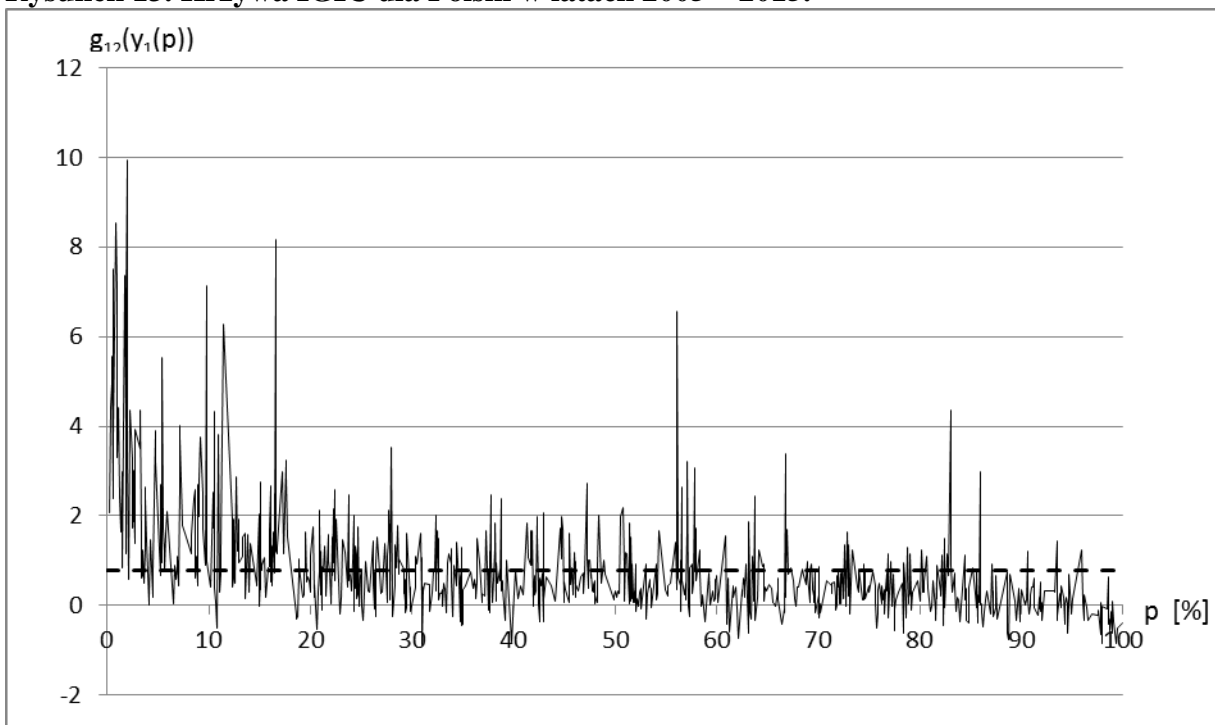
9. Ocena charakteru wzrostu w Polsce w latach 2005-2015, bazująca na odrzuceniu aksjomatu anonimowości

W prowadzonych analizach empirycznych bazujących na anonimowości obserwowano w wyróżnionych podokresach lat 2005-2015, podobnie jak to ma miejsce w przypadku odrzucenia aksjomatu anonimowości, te same gospodarstwa domowe. Jednakże ocena charakteru wzrostu odrzucająca aksjomat anonimowości, w oparciu o krzywą IGIC oraz wskaźnik IRPPG₂, daje najczęściej inne wyniki jak ocena dokonywana na podstawie przebiegu krzywej GIC i wskaźnik RPPG₂ w podejściu częściowym bazującym na anonimowości. Ponadto przebieg krzywej IGIC charakteryzuje się znacznie częstszymi i gwałtowniejszymi zmianami kierunku niż w przypadku krzywej GIC oraz PGC (rys. 13-18).

W latach 2005-2015 krzywa IGIC leżała powyżej 0 dla wszystkich gospodarstw skrajnie ubogich w 2005 r. (rys. 13) co pozwala stwierdzić na podstawie jej przebiegu, że wzrost przeciętnych dochodów był sprzyjający skrajnie ubogim w sensie absolutnym w tym okresie. Natomiast dla gospodarstw żyjących w niedostatku w 2005 r. krzywa ta zmienia znak. Jednakże wartość wskaźnika IRPPG₂ dla tej podpopulacji jest większa niż 0 (tabl. 23), a tym samym wzrost dochodów w badanym okresie był również sprzyjający w ujęciu absolutnym

żyjącym w niedostatku. Wartość wskaźnika IRPPG₂ była także w latach 2005-2015 większa niż średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$ dla całej populacji zarówno dla skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku co oznacza, że wzrost dochodów był także sprzyjający tym podpopulacjom ubogich w sensie relatywnym (tabl. 21 i 23).

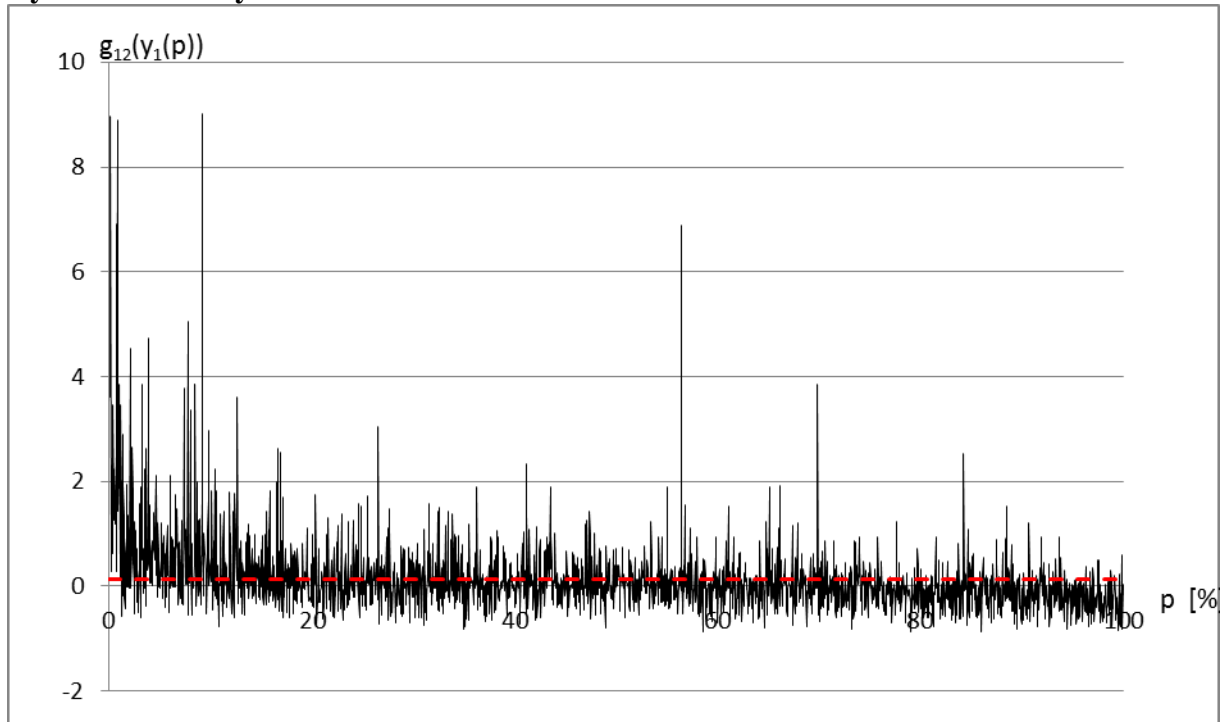
Rysunek 13. Krzywa IGIC dla Polski w latach 2005 – 2015.



- - - - - średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

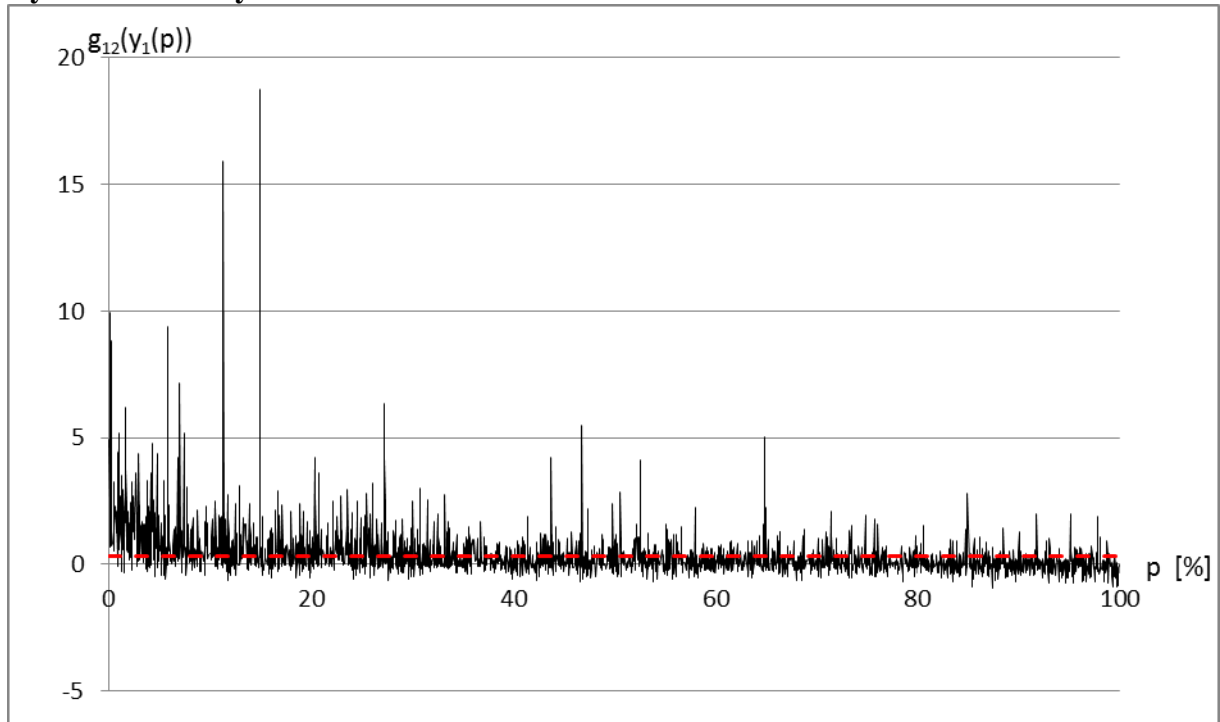
Rysunek 14. Krzywa IGIC dla Polski w latach 2005 – 2007.



----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

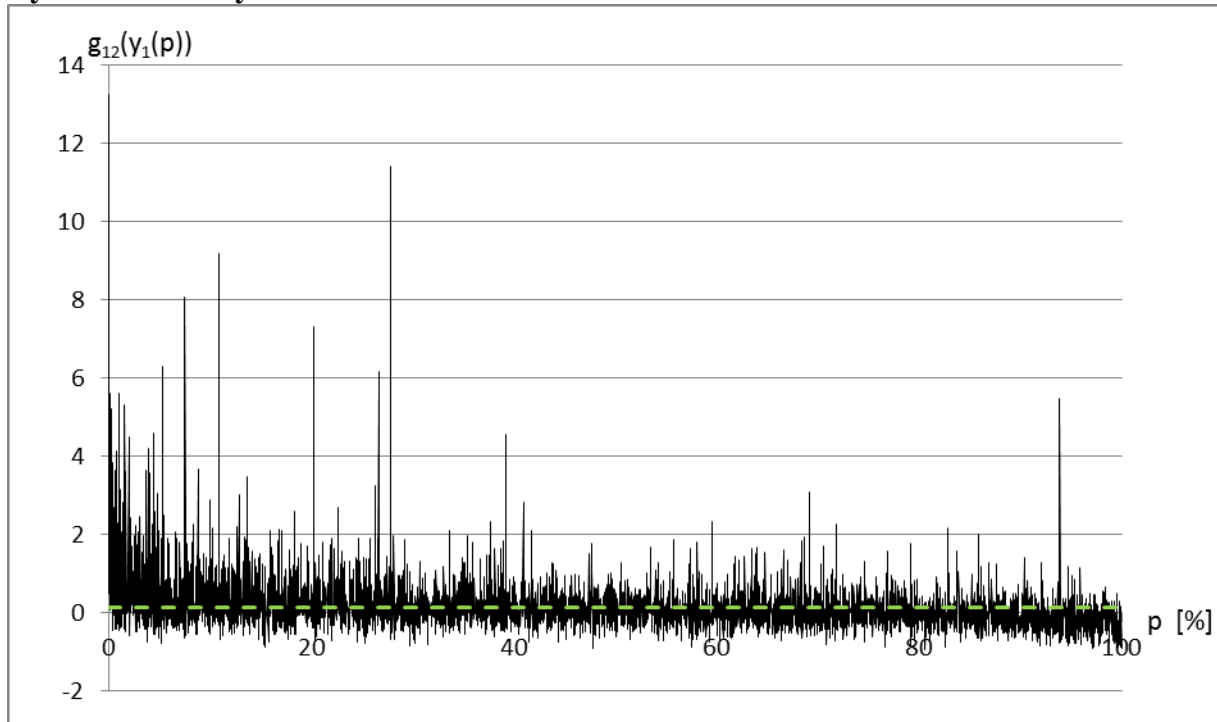
Rysunek 15. Krzywa IGIC dla Polski w latach 2007 – 2009.



----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

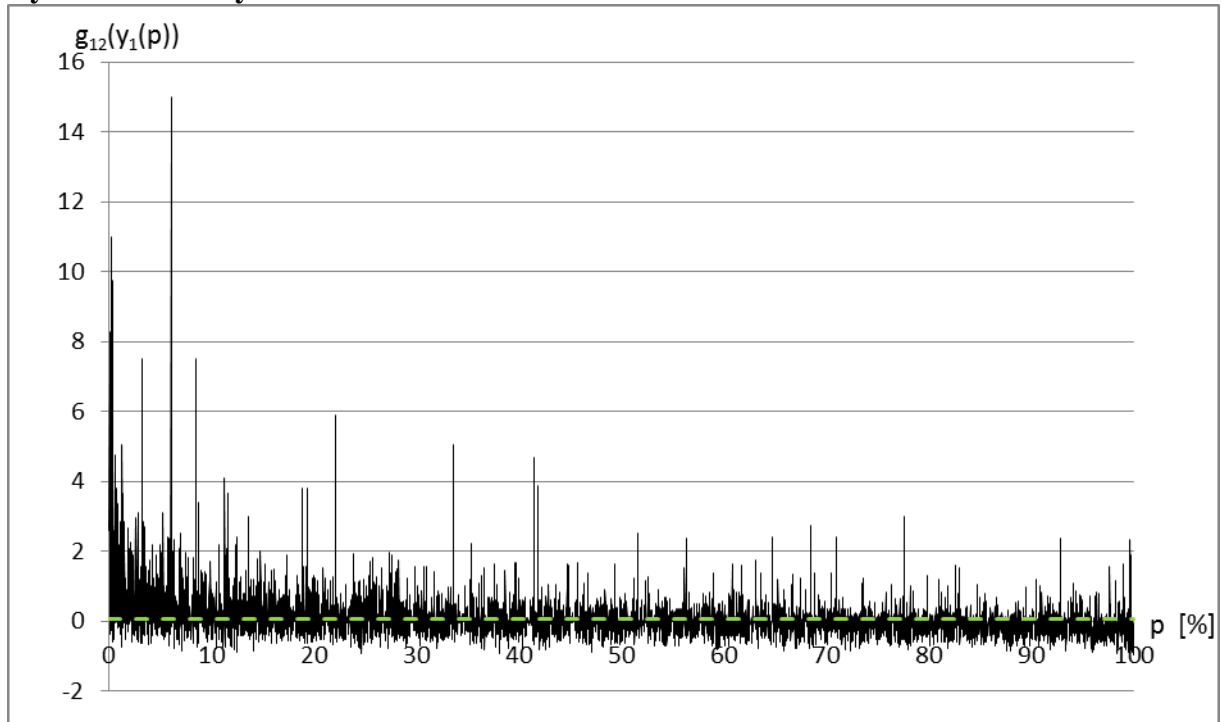
Rysunek 16. Krzywa IGIC dla Polski w latach 2009 – 2011.



----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$.

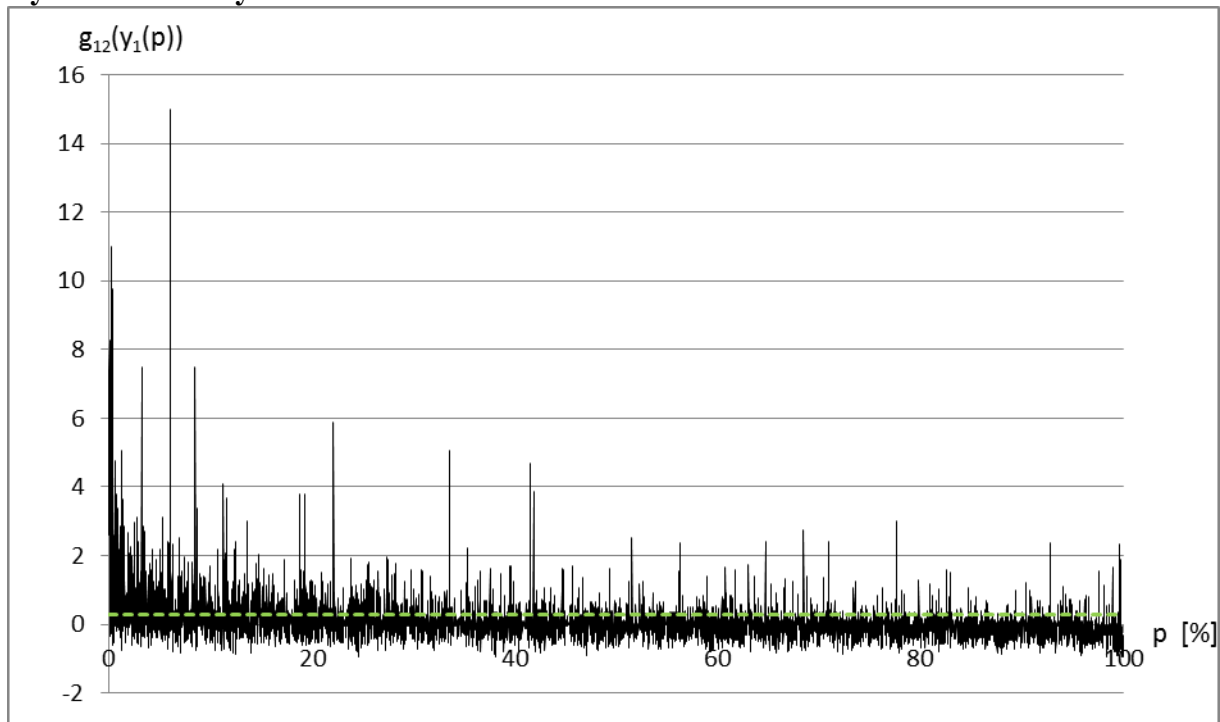
Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Rysunek 17. Krzywa IGIC dla Polski w latach 2011 – 2013.



----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

Rysunek 18. Krzywa IGIC dla Polski w latach 2013 – 2015.

----- średnia z kwantylowych stóp wzrostu $\overline{g_{12}(p(y_1))}$.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania *Diagnoza Społeczna*.

W każdym z wyróżnionych w badaniu podokresów krzywa IGIC zmienia znak w obszarze zmienności dla gospodarstw domowych skrajnie ubogich na początku badanych podokresów, a tym samym także gospodarstw żyjących w niedostatku (rys. 14–18). Ocena charakteru wzrostu musi się zatem opierać na wskazaniach wskaźnika IRPPG2. Wartość tego wskaźnika jest we wszystkich podokresach, tak dla gospodarstw domowych skrajnie ubogich jak i żyjących w niedostatku na początku wyróżnionych podokresów, nie tylko większa od 0 ale również większa od średniej z kwantylowych stóp wzrostu dla całej populacji $\overline{g_{12}(p(y_1))}$. Oznacza to, że wzrost (a w zasadzie zmiany dochodów) we wszystkich badanych

podokresach był sprzyjający skrajnie ubogim i żyjącym w niedostatku w obu podejściach pomiaru, tj. w podejściu absolutnym i w podejściu relatywnym.

Tabela 21. Stopa wzrostu dochodów i wskaźnik IRPPG₂ dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Stopy wzrostu dochodów		IRPPG ₂
	g'_{12}	$g_{12}(p(y_1))$	
2005-2007	0,0079	0,1351	0,970
2007-2009	0,1804	0,2239	1,2620
2009-2011	0,0415	0,1438	0,8990
2011-2013	-0,0170	0,1438	0,8614
2013-2015	0,1340	0,2716	1,7863
2005-2015	0,4762	0,7810	2,5019

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 22. Wzorce rozwoju dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo.

Okresy	Rozwój sprzyjający ubogim w sensie relatywnym $IRPPG_2 > g_{12}(p(y_1))$	Rozwój sprzyjający ubogim w sensie absolutnym $IRPPG_2 > 0$
2005-2007	+	+
2007-2009	+	+
2009-2011	+	+
2011-2013	+	+
2013-2015	+	+
2005-2015	+	+

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 23. Stopy wzrostu dochodów i wskaźnik RPPG dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Stopy wzrostu dochodów		IRPPG ₂
	g'_{12}	$g_{12}(p(y_1))$	
2005-2007	0,0079	0,1350	0,2818
2007-2009	0,1804	0,3239	0,5382
2009-2011	0,0415	0,1438	0,3227
2011-2013	-0,0170	0,0728	0,2869
2013-2015	0,1340	0,2716	0,6140
2005-2015	0,4762	0,7810	1,1468

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

Tabela 24. Wzorce rozwoju dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek.

Okresy	Rozwój sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie relatywnym	Rozwój sprzyjający żyjącym w niedostatku w sensie absolutnym
	$IRPPG_2 > g_{12}(p(y_1))$	$CRPPG_2 > 0$
2005-2007	+	+
2007-2009	+	+
2009-2011	+	+
2011-2013	+	+
2013-2015	+	+
2005-2015	+	+

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników badania Diagnoza Społeczna.

10. Podsumowanie

W analizach charakteru wzrostu stosowane są różne definicje wzrostu sprzyjającego ubogim. Absolutna definicja wzrostu sprzyjającego ubogim koncentruje się na ocenie korzyści ze wzrostu w kategoriach absolutnych, nie biorąc pod uwagę sposobu dystrybucji tych korzyści (ogólnego przyrostu średnich dochodów) pomiędzy ubogich i nieubogich. Natomiast definicja relatywna traktuje wzrost jako korzystny dla ubogich gdy sposób dystrybucji korzyści wzrostu (ogólnego przyrostu średnich dochodów) powoduje zmniejszenie nierówności pomiędzy ubogimi i nieubogimi. Ma ona jednak pewną wadę – w sytuacji gdy dochody

ubogich i nieubogich ulegają drastycznemu spadkowi zmiany (spadek) dochodów są uważane za korzystne dla ubogich gdy spadek ten bardziej dotyka nieubogich niż ubogich.

W części teoretycznej opracowania dokonano uporządkowania definicji wzrostu sprzyjającego ubogim rozróżniając przede wszystkim wzrost sprzyjający ubogim w ujęciu absolutnym i w ujęciu relatywnym, a w ramach tego drugiego ujęcia wzrost „mocny” i wzrost „słaby”. W szczególności zwrócono uwagę na niekonsekwencję w definicjach charakteru wzrostu w opracowaniach N. Kakwaniego i H. Son (wprowadzające w błąd nazwanie wzrostu sprzyjającego ubogim w sensie relatywnym mocnym wzrostem sprzyjającym ubogim w sensie absolutnym), które w efekcie powodują nieporozumienia w wyciąganych przez nich wnioskach z wyników analiz empirycznych.

W kolejnym kroku zostały przedstawione różne podejścia do analizy charakteru wzrostu, a w ich ramach podstawowe miary wzrostu sprzyjającego ubogim. Obok prezentacji teoretycznych podstaw ich konstrukcji oraz sposobu ich konstrukcji wskazano ich podstawowe zalety i ograniczenia, które utrudniają ich praktyczne zastosowanie. We wszystkich podejściach do analizy wzrostu uzyskiwane wartości miar charakteru wzrostu są odnoszone do zmian wartości agregatowych indeksów ubóstwa – kierunki zmian wartości tych miar powinny być zgodne. Jednakże stosowane w analizach charakteru wzrostu agregatowe indeksy ubóstwa powinny charakteryzować się pewnymi własnościami (spełniać pewne aksjomaty). Własności tych nie spełniają najczęściej stosowane w analizach charakteru wzrostu w ujęciu relatywnym indeksy klasy FGT (tabl. 24). W konsekwencji wartości wskaźników PPGI i PEGR w pewnych sytuacjach nie są zgodne z kierunkiem zmian ubóstwa. Miara RPPG jest funkcyjnie powiązana z indeksem Wattsa, którego szacunek wymaga jednak operowania wyłącznie nieujemnymi dochodami co znacznie ogranicza jego praktyczne zastosowanie.

Tabela 25. Wybrane własności agregatowych indeksów ubóstwa.

Aksjomaty	Spełnialność aksjomatu przez indeks ubóstwa				
	H	I ^u	I ⁰	SST	W
Monotoniczność	-	+	+	+	+
Transfer	-	-	-	+	+
Stażność skali	+	+	+	+	+
Wrażliwość transferu	-	-	-	-	+
Dekomponowalność	+	+	+	+	+
Zgodność w podpopulacji	+	+	+	+	+
Symetryczność	+	+	+	+	+

Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Subramanian, 2004; Zheng, 1997).

Pewnym rozwiązaniem byłoby zastosowanie w badaniu zgodności miar charakteru ubóstwa z kierunkiem zmian ubóstwa indeksu Sena-Shorrocka-Thona, który posiada większość pożądanych własności oraz jest dekomponowalny na indeksy oceniające zasięg ubóstwa, głębokość ubóstwa i nierówności rozkładu luk dochodowych:

$$\ln SST = \ln H + \ln I^u + \ln(1 + G(g_i)), \quad (68)$$

gdzie:

$G(g_i)$ – współczynnik Giniego dla rozkładu wskaźników luk dochodowych o postaci:

$$g_i = \frac{z - y_i}{z}, \quad i=1,2,\dots,n, \quad (69)$$

przy czym wskaźniki luki dochodowej dla gospodarstw domowych nieubogich przyjmują wartość 0. Wadą jego jest jednak niespełnianie ważnego aksjomatu wrażliwości transferu.

Wadą miary RPPG₂ jest także nie spełnianie aksjomatu monotoniczności, który mówi, że spadek dochodów ubogich powinien spowodować wzrost odsetka ubogich (Kakwani i Son, 2004, Klasen, 2004). Wynika to z faktu, że przy obliczeniu wskaźnika RPPG₂ nie są uwzględniane jednostki których dochody w okresie początkowym były niższe niż przyjęta granica ubóstwa, a w okresie końcowym wyższe niż ta granica i vice versa. Innymi słowy w obliczeniach wskaźnika nie są brane pod uwagę jednostki przechodzące pomiędzy sferą ubóstwa i sferą poza ubóstwem w trakcie badanego okresu.

Podobną wadę jak wskaźnik RPPG₂ posiada wskaźnik IRPPG₂. Opiera się on co prawda na kwantylowych stopach wzrostu odnoszących się do tych samych jednostek w obu porównywanych okresach, ale także pomija w obliczeniach jednostki, które przechodzą pomiędzy sferą ubóstwa i sferą poza ubóstwem w analizowanym okresie. Ponadto jeżeli $\overline{g_{12}(p(y_1))}$ jest malejącą (rosnącą) funkcją dla wszystkich $p(y_1)$ nierówności dochodowe nie zawsze maleją (rosną) według wszystkich miar spełniających aksjomat o transferze Pigou-Daltona. Wartością dodaną indeksu IRPPG₂ jest możliwość oceny charakteru mobilności dochodowej jednostek pomiędzy okresem początkowym i okresem końcowym, jednakże tylko tych jednostek, które zarówno w okresie początkowym jak i końcowym znajdowały się w sferze ubóstwa. Jeżeli wartości indeksu IRPPG₂ są wyższe niż 0 wskazuje to na pozytywną mobilność dochodową jednostek – przeważają wzrosty dochodów jednostek nad ich spadkami. Jednakże pełniejszą analizę w tym zakresie możemy uzyskać operując indeksami charakteru mobilności (Panek, 2011). Niewątpliwie przewagą podejścia odrzucającego aksjomat anonimowości jest operowanie próbą o charakterze panelowym. Zmniejsza się tym samym obciążenie wyników poprzez eliminację na nie wpływu obserwacji różnych jednostek w okresie początkowym i w okresie końcowym badania.

W opracowaniu przedstawione zostały także autorskie propozycje modyfikacji szacunku wskaźników PPGI oraz PEGR w podejściu relatywnym mocnym. Wreszcie zdefiniowano nowy wskaźnik charakteru wzrostu, a mianowicie skumulowany wskaźnik wzrostu sprzyjającego ubogim (CPPG), oparty na krzywej wzrostu ubóstwa.

W części empirycznej badania oceniono czy wzrost jest sprzyjający ubogim w latach 2005-2015 oraz w wyróżnionych podokresach tych lat, stosując wszystkie wcześniej przedstawione w części teoretycznej opracowania metody oceny charakteru wzrostu. Generalnie im większy wzrost przeciętnych dochodów w badanych okresach tym większa zgodność uzyskanych ocen, większa przy tym dla gospodarstw domowych skrajnie ubogich niż żyjących w

niedostatku (tabl. 25 i 26). Wyniki zgodne, poza ujęciem relatywnym mocnym, uzyskano we wszystkich ujęciach pomiaru dla całego badanego okresu, tj. lat 2005-2015 oraz dla podokresu 2013-2015. Dla pozostałych podokresów oceny charakteru wzrostu często były rozbieżne. Wynika to z różnych założeń przyjmowanych w stosowanych metodach oceny charakteru wzrostu, których ponadto konstrukcja jest pochodną odmiennych definicji wzrostu sprzyjającego ubogim.

Tabela 26. Wzorce wzrostu dla Polski w latach 2005-2015. Skrajne ubóstwo

Okresy	Wzrost sprzyjający ubogim w sensie absolutnym			Wzrost sprzyjający ubogim w sensie relatywnym						
	RPPG ₂	CRPPG ₂	IRPPG ₂	PEGR		PEGR		RPPG	CRPPG ₂	IRPPG ₂
				S ¹⁾	N ²⁾	S ¹⁾	N ²⁾			
2005-2007	-	-	+	-	-	-	-	-	+	+
2007-2009	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+
2009-2011	+	+	+	-	+	-	+	-	-	+
2011-2013	-	-	+	-	-	-	-	-	-	+
2013-2015	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+
2005-2015	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+

¹⁾S – wzrost ściśle sprzyjający ubogim ze względu na zasięg ubóstwa

²⁾N – wzrost nieściśle sprzyjający ubogim ze względu na zasięg ubóstwa

Tabela 27. Wzorce wzrostu dla Polski w latach 2005-2015. Niedostatek

Okresy	Wzrost sprzyjający ubogim w sensie absolutnym			Wzrost sprzyjający ubogim w sensie relatywnym							
	RPPG ₂	CRPPG ₂	IRPPG ₂	PEGR		PEGR		RPPG ₂	CRPPG ₂	IRPPG ₂	
				S ¹⁾	N ²⁾	S ¹⁾	N ²⁾				
2005-2007	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	+
2007-2009	+	+	+	-	+	-	+	+	+	+	+
2009-2011	+	+	+	+	+	-	+	-	-	-	+
2011-2013	-	-	+	+	+	+	+	-	-	-	+
2013-2015	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
2005-2015	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+

¹⁾S – wzrost ściśle sprzyjający ubogim ze względu na zasięg ubóstwa

²⁾N – wzrost nieściśle sprzyjający ubogim ze względu na zasięg ubóstwa

Aneks**Tabela A.1. Wartości stopy ubóstwa w Polsce na początek badanego okresu w latach 2005-2015.**

Okresy	Stopa skrajnego ubóstwa H_1^u	Stopa niedostatku H_1^n
2005-2007	8,57	55,95
2007-2009	7,79	47,74
2009-2011	3,55	37,86
2011-2013	3,33	31,76
2013-2015	3,71	30,77
2005-2015	6,92	50,98

Bibliografia

Araar, A., Duclos, J.-Y., Audet, M. i Makdissi, P., 2009, *Testing for pro-pooriness of growth, with an application to Mexico*, „Review of Income and Wealth”, 55(4), 853–881.

Ashley, R., 2007, Growth may be good for the poor, but decline is disastrous: On the non-robustness of the Dollar - Kraay result, „International Review of Economics and Finance”, 17, 333-338.

Bhagwati, J.N., 1988, *Poverty and public policy*, „World Development”, 16(5), 539-654.

Atkinson, A.B., 1987, *On the measurement of poverty*. „Econometrica”, 4, 749–764.

Bibi, S., Duclos, J.-Y. i Verdier-Chouchane, A., 2012, *Assessing absolute and relative pro-poor growth, with an application to selected african countries*, „Economics” —The Open-Access Open-Assessment E-Journal, 6, no. 20127.

Bourguignon, F., 2011, Non-anonymous growth incidence curves, income mobility and social welfare dominance, „The Journal of Economic Inequality”, 9(4), 605-627.

Brzezinski, M., 2011, *Has recent economic growth in Poland been pro-poor? Evidence from 1998– 2008*, Working Paper, Faculty of Economic Sciences, University of Warsaw.

Brzezinski, M., 2012, Pro-pooriness of economic growth in Poland: contrasting cross-sectional and longitudinal approaches, w: *Statistical methods in regional and social analyses under integration and globalization*, w: Anna Jaeschke, Wiesława Starzyńska (red.), Łódź, Statistical Office in Lodz, 175-190.

Chakravarty, S.R., 2006, An axiomatic approach to multidimensional poverty measurement via fuzzy sets, w: A. Lemmi, G. Betti (red.), *Fuzzy set approach to multidimensional poverty*

measurement, economic studies in inequality, social exclusion and well-being, Springer US, New York, 49-72.

Chakravarty, S.R. i D'Ambrosio, C., 2013, [An axiomatic approach to the measurement of poverty reduction failure](#), "Economic Modelling", 35, 874-880.

Copeland, P. i Daly, M. (2012), Varieties of poverty reduction: Inserting the poverty and social exclusion target into Europe 2020, "Journal of European Social Policy", 22, (3), 273-287.

Deniszczuk, L., Sajkiewicz B., 1996a, *Kategoria minimum socjalnego*, w: S. Golinowska (red.), *Polska bieda. Kryteria. Ocena. Przeciwdziałanie*, Instytut Pracy i Spraw Socjalnych, Warszawa, 146–185.

Deniszczuk, L., Sajkiewicz B., 1996b, *Kategoria minimum egzystencji*, w: S. Golinowska (red.), *Polska bieda. Kryteria. Ocena. Przeciwdziałanie*, Instytut Pracy i Spraw Socjalnych, Warszawa, 18–40.

Duclos, J.Y., 2009, *What is Pro-Poor?*, "Social Choice and Welfare", 32(1), 37–58.

Fishburn, P.C., 1980, *Stochastic dominance and moments of distributions*, "Mathematics of Operations Research" 5, 94–100.

Foster J.E., 1984, *On economic poverty: A survey of aggregate measures*, w: R.L. Bassmanni G.F. Rhodes Jr. (red.), *Advances in econometrics*, (3), JAJ Press, Greenwich, CT i London, 215–251.

Foster, J.E, Greer, J. i Thorbecke, E., 1984, *A class of decomposable poverty measures*, „Econometrica”, 52(3), 761–766.

- Foster, J.E. i Shorrocks, A.F., 1991, *Subgroup consistent poverty indices*, „Econometrica”, 59(3), 687–709.
- Gastwirth, J.L., 1971, *A General Definition of the Lorenz Curve*, „Econometrica”, 39, 1037–39.
- Grimm, M., 2007, *Removing the anonymity axiom in assessing pro-poor growth*, „Journal of Economic Inequality”, 5(2), 179–197.
- Grosse, M., Harttgen, K., i Klasen, S., 2008, *Measuring pro-poor growth in non-income dimensions*, „World Development”, 36(6), 1021–1047.
- Harmáček, J., Syrovátka, M. i Dušková, L., 2017, *Pro-poor growth in East Africa*, „The Quarterly Review of Economics and Finance”, 64 (C), 82–93.
- Kakwani, N., 1984, *Issues in Measuring Poverty*, w: R. L. Bassmanni G.F. Rhodes Jr. (red.), „Advances in Econometrics”, 3, JAJ Press, Greenwich, CT & London, 253–282.
- Kakwani, N., 1995, *Income inequality, welfare, and poverty. An illustration using Ukrainian data*, World Bank Policy Research Working Paper, 1411, World Bank.
- Kakwani, N. i Subbarao, K., 1990, *Rural poverty and its alleviation in India*, „Economic and Political Weekly”, 13, A2–A16.
- Kakwani, N., Khandker, S. i Son H.H., 2004, *Pro-poor growth: concepts and measurement with country case studies*, „International Poverty Centre Working Paper”, 1, United Nations Development Programme.
- Kakwani, N. i Pernia, E.M., 2000, *What is pro-poor growth?*, „Asian Development Review”, 18(1), 1–16.

Kakwani, N. i Son, H., 2004, *Pro-poor growth: concepts and measurement with country case studies*, „The Pakistan Development Review”, 42 (4 Part 1), 417–444.

Kakwani, N. i Son, H.H., 2008, *Poverty equivalent growth rate*, „Review of Income and Wealth”, 54(4), 643–655.

Klasen, S., 2004, *In search of the Holy Grail: How to achieve pro-poor growth*, w: *Toward pro poor policies*, B. Tungodden, N. Stern, i I. Kolstad (red.), Oxford University Press, New York.

Klasen, S., 2008, *Economic growth and poverty reduction: Measurement issues using income and non-income indicators*, „World Development”, 36(3), 420– 445.

Kośny, M., 2011a, *Koncepcja dominacji pierwszego i drugiego rzędu w analizie wzorców zmian w rozkładzie dochodu*, w: Konarzewska-Gubała E. (red.), *Zastosowania badań operacyjnych. Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka*, Prace Naukowe UE we Wrocławiu, 238, 111-119.

Kośny, M., 2011b, *Relative income changes and an identification of growth pattern*, „ECINEQ Working Paper”, 230.

Kośny, M., 2012, *Polaryzacja ekonomiczna a wzrost gospodarczy sprzyjający ubogim*, *Studia Ekonomiczne, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 102, Katowice, 78–89.

Kośny, M. i Yalonetzky, G., 2015, *Relative income change and pro-poor growth*, „*Economia Politica*” 32(3), 311 -327.

Kot, S.M., 2000, *Ekonometryczny model dobrobytu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa-Kraków.

- Kraay, A., 2006, *When is growth pro-poor? Evidence from a panel of countries*, „Journal of Development Economics”, 80(1), 198–227.
- Lopez, H., 2006, *Did growth become less pro-poor in the 1990s?*, World Bank Policy Research Working Paper, 3931.
- Moyes, P., 1999, Stochastic dominance and the Lorenz curve, w: J. Silber (red.), Handbook on income inequality measurement, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Panek, T., 2011, Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówności. Teoria i praktyka pomiaru, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Panek, T., 2014, *Ubóstwo i wykluczenie społeczne*, w: T. Panek (red.), *Statystyka społeczna*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, 210-257.
- Panek, T., 2015a, *Diagnoza Społeczna 2015. Warunki i jakość życia Polaków. Metodologia analizy ubóstwa*, „Contemporary Economics”, 9(3), 517-524.
- Panek T., 2015b, *Metodyka realizacji badania Diagnoza Społeczna. Raport metodyczny*, Rada Monitoringu Społecznego, Warszawa.
- Pen, J., 1971, *Income distribution*, Praeger Publishers, New York.
- Ravallion, M., 1994, *Poverty comparisons*, Harwood Academic, Publishers, Chur.
- Ravallion, M., 2004, *Pro-poor growth: A primer*, “World Bank Policy Research Working Paper”, 32-42.
- Ravallion, M. i Chen, S., 2003, *Measuring pro-poor growth*, Economics Letters, 78(1), 93–99.
- Sen, A., 1976, *Poverty: An ordinal approach to measurement*, „Econometrica”, 44, 219–231.

- Shorrocks, A.F., 1995, *Revisiting the Sen Poverty Index*, „Econometrica”, 65, 1225–1230.
- Son, H.H., 2004, *A note on pro-poor growth*, „Economics Letters”, 82(3), 307– 314.
- Son, H.H. iKakwaniN., 2008, *Global estimates of pro-poor growth*, „World Development”, 36(6), 1048–1066.
- Subramanian, S., 2004, *Indicators on inequality and poverty*, World Institute for Development Economics Research, United Nations University, Helsinki.
- Subramanian, S., 2011, *The focus axiom and poverty: On the co-existence of precise language and ambiguous meaning in economic measurement*, „Economics”, *The Open-Access, Open Assessment E-Journal*, 6, 2012-8, <http://dx.doi.org/10.5018/economicsejournal.ja.2012-8>
- Szulc, A., 2003, *It is possible to estimate reliable household equivalence scales*, „Statistics in Transition”, 6(4), 589-611.
- Thon, D., 1979, *On Measuring Poverty*, „Review of Income and Wealth”, 25, 429–440.
- Wagstaff, A., 2009, *Reranking and pro-poor growth: Decompositions for China and Vietnam*, „Journal of Development Studies”, 45(9), 1403–1425.
- Watts, H., 1968, *An economic definition of poverty*, D.P. Moynihan (red.), *On understanding poverty: perspectives from the social sciences*, New York: Basic Books, 316–329.
- Zheng, B., 1997, *Aggregate Poverty Measures*, “Journal of Economic Surveys”, 11(2), 123-162.